



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Uso de R para analizar la distribución espacial del bosque
seco de Piura**

Tesis para optar el Título de
Ingeniero Industrial y de Sistemas

Christian Mauricio Timaná

Asesor(es):
Dr. Rodolfo Rodríguez Arisméndiz

Piura, agosto de 2020



Dedicatoria

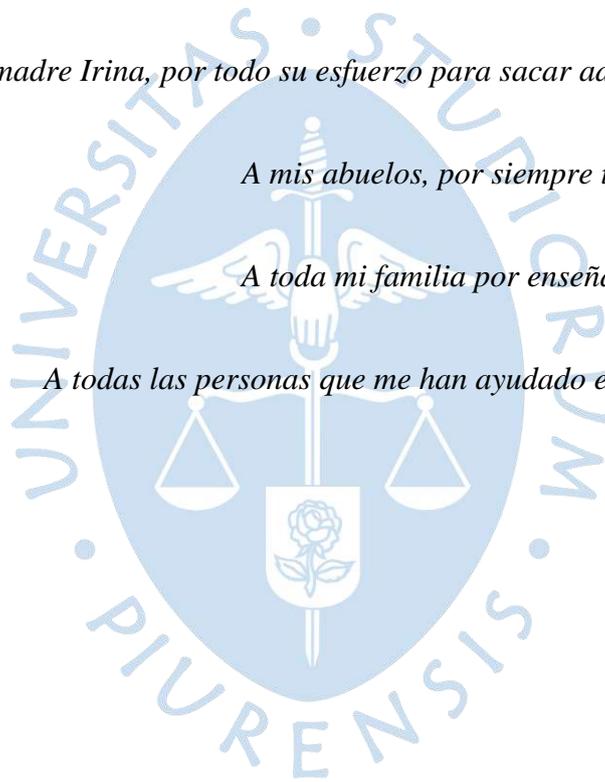
A Dios, por ser la luz que guía mi camino y que nunca nos abandona,

A mi madre Irina, por todo su esfuerzo para sacar adelante a nuestra familia,

A mis abuelos, por siempre transmitirme su fortaleza

A toda mi familia por enseñarme el valor de la unión

A todas las personas que me han ayudado en mi carrera profesional





Resumen Analítico-Informativo

Uso de R para analizar la distribución espacial del bosque seco de Piura

Christian Mauricio Timaná

Asesor(es): Dr. Rodolfo Rodríguez Arisméndiz

Tesis.

Ingeniero Industrial y de Sistemas.

Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería.

Piura, Agosto de 2020

Palabras claves: análisis del patrón de puntos/ espacio completamente aleatorio/ agrupamiento/ regularidad/ plántulas/ ecología espacial/ paquete Spatstat

Introducción: La degradación del Bosque Seco de Piura es un problema latente en la región, que puede ser solucionada con una reforestación adecuada. Para lograr esto, primero es necesario entender como interactúan las plantas, es decir si entre ellas se facilitan su crecimiento o compiten por recursos. Es por esta razón que se usa el análisis del patrón de puntos, el cual permite evaluar si las plántulas se agrupan o se repelen.

Metodología: El objetivo es determinar el comportamiento de interacción entre las plántulas del Bosque Seco de Piura. En primer lugar, se encuentran las coordenadas de las plántulas en parcelas preseleccionadas, en el software Qgis. Luego estas ubicaciones son utilizadas para el análisis del patrón de puntos en el espacio bidimensional. Este proceso se realiza en el software R mediante su paquete Spatstat. Como complemento se realizó el ANOVA para determinar si los factores de la población y la especie influyen en los tamaños de las plantas.

Resultados: El patrón de puntos de cada muestra no está distribuida aleatoriamente y el registro de plántulas por unidad de área es variable. Además, existe agrupamiento y repulsión entre Algarrobos, Faiques y Sapotes. También, se obtuvo que los tamaños de Algarrobos están relacionados con su grado de agrupamiento. Finalmente, el ANOVA arrojó diferencias significativas entre los factores especie y población, y también arrojó que existe interacción entre estos factores.

Conclusiones: Existe una fuerte agrupación entre plántulas de Algarrobo, dependiendo del tamaño; y una débil agrupación entre plántulas de Faique y entre plántulas de Sapote. Respecto a la interacción entre diferentes especies, los Sapotes tienen una leve agrupación con los Algarrobos y los Faiques, mientras que entre Faiques y Algarrobos hay repulsión. También los tamaños de las plántulas por especie y por población son diferentes. Además, los factores de especie y población influyen en el tamaño de plántula.

Fecha de elaboración del resumen: 29 de mayo de 2020

Analytical-Informative Summary

Uso de R para analizar la distribución espacial del bosque seco de Piura

Christian Mauricio Timaná

Asesor(es): Dr. Rodolfo Rodríguez Arisméndiz

Tesis.

Ingeniero Industrial y de Sistemas.

Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería.

Piura, Agosto de 2020

Keywords: point pattern analysis/ complete spatial randomness / cluster/ regularity/ seedlings/ spatial ecology/ Spatstat package

Introduction: The degeneration of the Piura Dry Forest is a latent problem in the region, which can be solved with adequate reforestation. To achieve this, it is first necessary to understand how plants interact, that is, whether they facilitate their growth or compete for resources. For this reason, that it is used the point pattern analysis, which allows evaluating whether seedlings are grouped or repelled.

Methodology: The objective is to determine the interaction behavior between the seedlings of the Dry Forest of Piura. First, the coordinates of the seedlings are found in preselected plots, in the Qgis software. These locations are then used to analyze the point pattern in two-dimensional space. This process is carried out in the R software using its Spatstat package. As a complement, ANOVA was performed to determine if population and species factors influence plant sizes.

Results: The point pattern of each sample is not randomly distributed and seedling registration per unit area is variable. In addition, there is grouping and repulsion between Algarrobos, Faiques and Sapotes. Also, it was obtained that the sizes of Algarrobos are related to their degree of grouping. Finally, the ANOVA showed significant differences between the factors of species and population, and also showed that there is an interaction between these factors

Conclusions: There is a strong grouping between Algarrobo seedlings, depending on the size; and a weak grouping between Faique seedlings and between Sapote seedlings. Regarding the interaction between different species, the Sapotes have a slight grouping with the Algarrobos and the Faiques, while between Faiques and Algarrobos there is repulsion. Seedling sizes by species and by population are also different. Furthermore, species and population factors influence seedling size.

Summary date: May 29, 2020

Prefacio

El Bosque Seco de Piura ha perdido gran parte de su territorio y en consecuencia existen muchas iniciativas que intentan reforestarlo. Sin embargo, El bosque no es un ente único. Es un conjunto de organismos que interactúan entre sí, facilitando su crecimiento y compitiendo por recursos.

Para una adecuada reforestación del Bosque Seco de Piura es necesario entender como interactúan las especies entre sí, es decir, evaluar la existencia de la facilitación o competencia entre ellas. Es a partir de eso, que la presente investigación pretende estudiar estos comportamientos entre las plantas para incluirlos en los planes de siembra y manejo forestal. Además, también se tiene la intención de resaltar el uso del softwar R, el cual cuenta con las herramientas necesarias que permiten estudiar este tema a través de la distribución espacial de las ubicaciones de las plantas.

Por otro lado, cabe mencionar que la tesis se encuentra dentro del marco del proyecto denominado: “Desarrollo de un modelo de manejo forestal sostenible de algarrobo basado en características climáticas, edáficas y ontogénicas de las poblaciones de bosque seco de Piura”, el cual está financiado por CONCYTEC.

Finalmente, quiero agradecer a todo el equipo de trabajo de la Estación Científica Ramón Mujica, por hacerme partícipe del proyecto y darme las facilidades para desarrollar mi investigación. Así mismo, quiero resaltar la importancia de participar en este tipo de proyectos, porque brinda la oportunidad de desarrollar los conocimientos científicos en beneficio de nuestro medio ambiente.



Tabla de contenido

Capítulo 1	3
Marco Teórico	3
1.1. Bosque seco de Piura	3
1.2. Facilitación y competencia	4
1.3. Conceptos básicos del análisis del patrón de puntos	4
1.3.1. Estadística espacial	4
1.3.2. Proceso espacial de puntos	5
1.3.3. Patrón de puntos en \mathbb{R}^2	5
1.3.4. Proceso estocástico	5
1.3.5. Variable regionalizada en \mathbb{R}^2	5
1.3.6. Momentos de una variable regionalizada de \mathbb{R}^2	5
1.3.7. Proceso puntual estrictamente estacionario	6
1.3.8. Proceso estacionario de segundo orden	6
1.3.9. Distribución de probabilidad de Poisson	6
1.3.10. Proceso homogéneo de Poisson	7
1.3.10.1. Propiedades del CSR	8
1.3.11. Proceso no homogéneo de Poisson	9
1.3.11.1. Propiedades del CSRI	10
1.3.12. Técnicas de estudio del patrón de Puntos	11
1.3.13. Prueba de bondad de ajuste	11
1.3.14. Estimación de intensidad no homogéneo	12
1.3.15. Función de distribución de distancias al vecino más próximo $G(r)$	15
1.3.16. Función K de Ripley	17
1.3.17. Patrón de puntos bivariantes en CSRI	18
1.3.18. ANOVA con dos factores con interacción	20
1.4. Software R Studio	21

Capítulo 2	23
Metodología	23
2.1. Objetivo General.....	23
2.2. Objetivos Específicos	23
2.3. Georreferenciación	24
2.3.1. Muestras	24
2.3.2. Georreferenciación	25
2.4. Análisis del patrón de puntos.....	27
2.4.1. Lectura inicial de los datos.....	27
2.4.2. Creación de patrón de puntos en R Studio	31
2.4.3. Análisis por especie.....	32
2.4.3.1. Prueba de bondad de ajuste	33
2.4.3.2. Intensidad variable.....	35
2.4.3.3. Función G	36
2.4.3.4. Función K de ripley y su envolvente.....	37
2.4.4. Análisis bivariante de la interacción entre especies	38
2.4.5. Análisis bivariante de la interacción de tamaños de Algarrobos	40
2.4.6. ANOVA de los tamaños de plántulas	42
Capítulo 3	45
Resultados	45
3.1. Interacción entre plántulas de la misma especie.....	46
3.1.1. Intensidad de puntos por especie con estimador constante.....	46
3.1.2. Intensidad de puntos por especie con estimador variable.	48
3.1.3. Método de la función G.....	49
3.1.4. Método de la función K.....	52
3.2. Interacción entre diferentes especies.	56
3.3. Interacción entre plántulas de Algarrobos según su tamaño	58
3.4. Influencia de la especie y la población sobre los tamaños de las plántulas.....	64
Discusión.....	67
Conclusiones	71
Referencias Bibliográficas	73
Anexos.....	75
Anexo 1. Ubicaciones de las plántulas	77

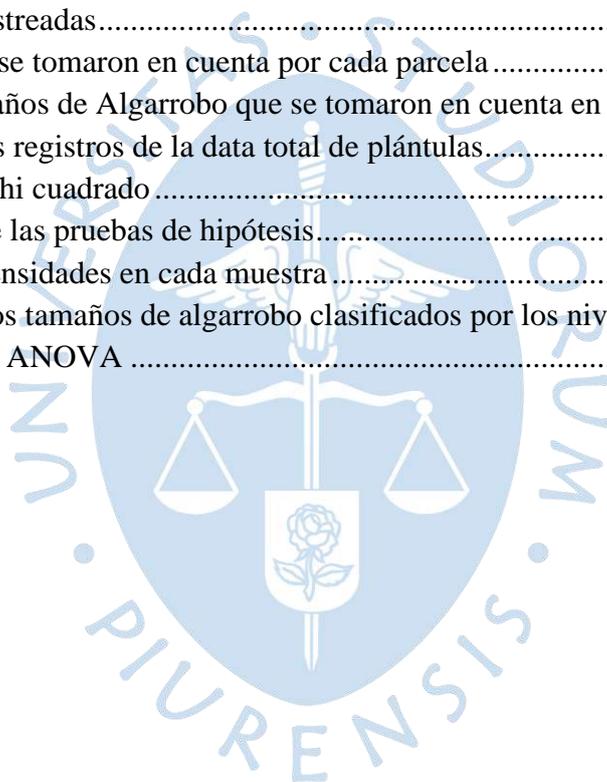
Anexo 2. Curvas de nivel de la intensidad de plántulas 81





Lista de Tablas

Tabla 1. Hipótesis para ANOVA de dos factores con interacción.....	20
Tabla 2. Cálculos del ANOVA	20
Tabla 3. Parcelas muestreadas.....	24
Tabla 4. Especies que se tomaron en cuenta por cada parcela	31
Tabla 5. Tipos de tamaños de Algarrobo que se tomaron en cuenta en cada parcela	31
Tabla 6. Diez primeros registros de la data total de plántulas.....	42
Tabla 7. Cálculo del Chi cuadrado	46
Tabla 8. Resultados de las pruebas de hipótesis.....	47
Tabla 9. Rango de intensidades en cada muestra	48
Tabla 10. Medias de los tamaños de algarrobo clasificados por los niveles de cada factor. ...	64
Tabla 11. Cálculos del ANOVA	65





Lista de Figuras

Figura 1: Patrones simulados para la aleatoriedad, regularidad y agrupamiento.....	11
Figura 2: Interpretación gráfica del cálculo de la función de densidad de Kernel.....	14
Figura 3. Función G no homogénea empírica y.....	16
Figura 4: La función y su envolvente de simulaciones.....	18
Figura 5. Interacción entre dos especies (Algarrobo y Faique).....	19
Figura 6. Sección de una hoja milimetrada de una parcela.....	25
Figura 7: Leyenda de la hoja milimetrada.....	25
Figura 8. Imágenes de las parcelas cargadas en Q gis.....	26
Figura 9. Cuadro de coordenadas calculadas por Q gis.....	26
Figura 10. Cantidad de plántulas por especie.....	28
Figura 11. Cantidad de plántulas de Algarrobo por tipos de tamaños.....	30
Figura 12. Proceso de creación del objeto ppp.....	32
Figura 13. Representación gráfica del objeto ppp de la parcela P11 en el.....	32
Figura 14. Proceso de filtración de patrones según la especie.....	33
Figura 15. Separación del patrón de la parcela IT1.....	33
Figura 16. Cálculos de la función $quadrat.test$ para los.....	34
Figura 17. Validación cruzada para el patrón de algarrobos en IT1.....	35
Figura 18. Curvas de nivel de densidad de una sección de la parcela IT1.....	36
Figura 19. Función G empírica para los Algarrobos en las parcelas IT1 e IT2.....	37
Figura 20. Gráfico de la función K de Ripley no.....	37
Figura 21. Envolvente de simulaciones para la función.....	38
Figura 22. Gráfico del ancho de banda para la una parcela considerando.....	39
Figura 23. Gráfico de la interacción entre Algarrobo y.....	40
Figura 24. Interacción entre plántulas del.....	41
Figura 25. Interacción entre plántulas de dos rangos de.....	41
Figura 26. Interacción entre plántulas de cuatro rangos de tamaños.....	41
Figura 27. Resultados de la interacción entre Algarrobos bajo el enfoque del.....	50
Figura 28. Resultados de la interacción entre Faiques bajo el enfoque del.....	51
Figura 29. Resultados de la interacción entre Sapotes bajo el enfoque del.....	52
Figura 30. Resultados de la interacción entre plántulas de Algarrobos bajo.....	53
Figura 31. Resultados de la interacción entre plántulas de Faiques bajo el.....	55
Figura 32. Resultados de la interacción entre plántulas de Sapotes bajo el enfoque de la función K de Ripley.....	56

Figura 33. Interacción entre plántulas de diferentes especies por medio de la	57
Figura 34. Interacción entre plántulas de Algarrobo según su tamaño para	59
Figura 35. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la parcela.....	60
Figura 36. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para	61
Figura 37. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la	62
Figura 38. Interacción entre plántulas de Algarrobo.....	62
Figura 39. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para	63
Figura 40. Interacción entre plántulas de Algarrobo según los tamaños para las parcelas RI1 y RI2.....	64
Figura 41. Ubicación de las plántulas en IT1	77
Figura 42. Ubicación de las plántulas en IT2	77
Figura 43. Ubicación de las plántulas en ND1	77
Figura 44. Ubicación de las plántulas en ND2	78
Figura 45. Ubicación de las plántulas en NW1	78
Figura 46. Ubicación de las plántulas en NW2	78
Figura 47. Ubicación de las plántulas en PI1	79
Figura 48. Ubicación de las plántulas en PI2	79
Figura 49. Ubicación de las plántulas en RI1	79
Figura 50. Ubicación de las plántulas en RI2.....	80
Figura 51. Intensidad de Algarrobo en IT1	81
Figura 52. Intensidad de Faique en IT1	82
Figura 53. Intensidad de Algarrobo en IT2	83
Figura 54. Intensidad de Faiques en IT2	84
Figura 55. Intensidad de Algarrobo en ND1	85
Figura 56. Intensidad de Algarrobo en ND2	86
Figura 57. Intensidad de Algarrobo en NW2	87
Figura 58. Intensidad de Algarrobo en PI1	88
Figura 59. Intensidad de Faique en PI1	89
Figura 60. Intensidad de Sapote en PI1	90
Figura 61. Intensidad de Algarrobo en PI2	91
Figura 62. Intensidad de Faiques en PI2	92
Figura 63. Intensidad de Sapotes en PI2	93
Figura 64. Intensidad de Algarrobo en RI1	94
Figura 65. Intensidad de Algarrobos en RI2	95

Introducción

El área de bosque seco de la costa norte del Perú ha disminuido considerablemente su extensión a lo largo del tiempo a causa de la tala y del cambio climático. Una posible solución a este problema es la reforestación del bosque.

La biodiversidad favorece la reforestación natural del bosque. Además, esta también favorece la multifuncionalidad y los servicios ecosistémicos que provee; aumentando de esta manera su capacidad de resiliencia ante factores negativos externos. Sin embargo, es necesario comprender las interacciones entre las especies para evitar procesos competitivos que disminuyan el rendimiento de la gestión forestal (Durán et al., 2018). Por eso, es que nace la idea de comprender el comportamiento de las especies arbóreas y sus interacciones.

Existe un tipo de estudio de la interacción entre plantas que se realiza por medio de la observación de su distribución espacial. Este estudio es llamado análisis del patrón de puntos en un espacio bidimensional, donde dicho patrón de puntos son los registros de las plántulas (se registra la ubicación, la especie y el tamaño) en una parcela previamente dimensionada. A partir de eso, se analiza el comportamiento de las plántulas a través de sus ubicaciones o coordenadas geográficas. Estas ubicaciones pueden mostrar agrupamiento, repulsión o simplemente una distribución aleatoria a lo largo de la parcela (Camarero & Rozas Ortiz, 2006).

En este trabajo, para estudiar el patrón de puntos se utiliza el software R y su paquete Spatstat, el cual permite realizar un análisis completo a través de una serie de funciones programables (Baddeley & Turner, 2019).



Capítulo 1

Marco Teórico

Este capítulo abarca los conceptos básicos del análisis de patrón de puntos. Se divide en cuatro partes. En primer lugar, se explica el entorno o lugar en donde se va a realizar el análisis. En segundo lugar, se explican cual son las suposiciones básicas del análisis. En tercer lugar, se detallan aspectos teóricos de los métodos que determinan el comportamiento del patrón de puntos. Y, en cuarto lugar, se describen las funciones programables del software R, el cual es la herramienta que se usó para llevar a cabo el análisis.

1.1. Bosque seco de Piura

El departamento de Piura, ubicado en la zona noroeste del Perú, se caracteriza por su gran extensión de bosques secos debido a las escasas precipitaciones que tiene durante la gran parte del año. En los meses de diciembre a marzo, su precipitación depende de la presencia del Fenómeno El Niño, la cual influye de manera moderada y puede generar anomalías en sus precipitaciones. Además, en los meses de abril a noviembre recibe muy bajos niveles de precipitación. Cabe resaltar que las regiones de Tumbes, Lambayeque y La Libertad, ubicados a una altitud menor a 1000 msnm, también cuentan con las mismas características de los bosques de Piura. Además, tiene una temperatura media anual de 23°C (Zorogastúa, Quiroz, & Garatuza, 2011).

El Bosque Seco de Piura alberga especies arbóreas como el *Prosopis sp* (“Algarrobo”), *Acacia macracantha* (“Faique”), *Colicodendron scabridum* (“Sapote”), *Cordia lutea Lam.* (“Overo”), *Capparicoedis crotonoides* (“Vichayo”), *Parkinsonia aculeata* (“Palo Verde”), *Bursera graveolens* (“Palo Santo”), entre otros. Sin embargo, el Algarrobo es uno de los árboles más representativos de la región. (Raymundo, 2015).

1.2. Facilitación y competencia

Las condiciones del entorno del bosque influyen en el crecimiento de las plántulas. Estas se adaptan por medio de su desarrollo morfológico y fisiológico para enfrentar condiciones extremas como la falta de agua, temperaturas extremas y calidad del suelo deteriorada (Delatorre, Pinto, & Cardemil, 2008; Durán et al., 2018). Es por ello que la interacción entre las plantas es fundamental para el desarrollo de la biodiversidad de los bosques (Brooker, 2006).

En circunstancias de variación de los recursos de luz, agua y calidad del suelo, se define por competencia a la limitación del crecimiento de las plantas a causa de la proximidad a otras plántulas que ya tienen más tiempo de vida, generando de esta manera una competencia por los recursos. Caso contrario ocurre con la facilitación, ya que en este caso las plantas con mayor tiempo de vida generan un ambiente con nutrientes que favorecen el desarrollo de plántulas de diferentes especies (Fichtner et al., 2017).

La presente investigación, es la introducción a un análisis de facilitación y competencia por medio de la evaluación del comportamiento de las ubicaciones de las plantas. Estas son representadas como un patrón de puntos en el plano. Es por eso que el análisis introductorio de facilitación y competencia está bajo el enfoque de la distribución del patrón de puntos en el plano. Si el patrón de puntos está agrupado significa que puede existir una situación de facilitación, y si el patrón de puntos está muy separado significa una situación de competencia (Baddeley, Rubak, & Turner, 2015).

1.3. Conceptos básicos del análisis del patrón de puntos

En esta sección se describen los conceptos en que se basa el análisis del patrón de puntos. Además, se mencionan las suposiciones iniciales que abarca el análisis.

1.3.1. Estadística espacial

Es un conjunto de metodologías para analizar eventos registrados, que son denominados como variables aleatorias, y se encuentran en distintos espacios dentro de una región geográfica. Esta ciencia empieza realizando un análisis exploratorio para luego inferir acerca del comportamiento de las variables a investigar. Su fin es hallar una dependencia y autocorrelación entre estas variables utilizando su posición espacial y sus características (Martori & Hoberg, 2008).

1.3.2. Proceso espacial de puntos

Es el análisis de un proceso aleatorio que tiene como resultado un patrón que describe el comportamiento e interacción entre los puntos ubicados en el espacio (Baddeley, Rubak, & Turner, 2015).

1.3.3. Patrón de puntos en \mathbb{R}^2

Dado un proceso de puntos espaciales, se define al patrón puntual al registro de todos los eventos. Para un espacio en \mathbb{R}^2 el conjunto de puntos finitos $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ son referenciados por medio de sus coordenadas de latitud y longitud dentro de un área A (Schabenberger & Gotway, 2004).

1.3.4. Proceso estocástico.

Un proceso estocástico es un conjunto de variables aleatorias $X(t, s)$ que está en función del parámetro t (X_t) que hace referencia al tiempo, y del estado s ($X_t = s$), que hace referencia al espacio en un tiempo dado. Es decir, para un determinado tiempo la variable aleatoria toma un valor del conjunto de estados (Cárdenas, Garzón, Santa, & Castillo, 2010).

1.3.5. Variable regionalizada en \mathbb{R}^2

Es el resultado de una función que depende de la ubicación o coordenadas de los puntos x_i (latitud y longitud). De forma matemática, es un proceso estocástico expresado como $\{Z(x): x \in D\}$, donde $Z(x)$ representa a una variable aleatoria con dominio de ubicaciones del conjunto del patrón de puntos $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ que se encuentra distribuida dentro del subespacio delimitado denominado D (escogido por el investigador), que está en el espacio euclidiano de \mathbb{R}^2 (Ramón Giraldo, 2007).

1.3.6. Momentos de una variable regionalizada de \mathbb{R}^2

Dado un vector de la variable regionalizada $Z(x) = \{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)\}$, con n puntos del patrón $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, su función de distribución conjunta es:

$$F[z_1, z_2, \dots, z_n] = P[Z(x_1) \leq z_1, Z(x_2) \leq z_2, \dots, Z(x_n) \leq z_n] \quad (1)$$

Se denomina momento de primer orden a la esperanza o valor esperado, que se expresa de la siguiente manera:

$$m(x) = E[Z(x)] \quad (2)$$

Y se denomina momento de segundo orden, a la varianza (3), a la covarianza de dos variables aleatorias (4) y al semivariograma (5), que son herramientas usadas en la geoestadística y el análisis del patrón de puntos espaciales (Cuadras, 2007).

$$\sigma^2(x) = Var[Z(x)] = E[\{Z(x) - m(x)\}^2] \quad (3)$$

$$C(x_i, x_j) = E[\{Z(x_i) - m(x_i)\}\{Z(x_j) - m(x_j)\}] \quad (4)$$

$$\gamma(x_i, x_j) = \frac{1}{2} E[\{Z(x_i) - Z(x_j)\}^2] \quad (5)$$

1.3.7. Proceso puntual estrictamente estacionario

Dada una variable regionalizada $Z(x)$ y la presencia de un vector de traslación v aplicado al patrón de puntos X , representado como $X + v$, se cumple que sus propiedades estadísticas de X y $X + v$ son idénticas, es decir que dichas propiedades no se ven afectadas por el vector de traslación (Baddeley et al., 2015).

1.3.8. Proceso estacionario de segundo orden

Es un proceso estacionario se cumple que la esperanza de $Z(x)$ es constante dentro del subespacio D (6). También recibe el nombre de proceso estacionario homogéneo o débilmente estacionario (Fernandez Casal, 2003).

$$E(Z(x)) = \mu, \forall x \in D \quad (6)$$

1.3.9. Distribución de probabilidad de Poisson

Dada una variable aleatoria discreta X , que se interpreta como el número de veces que suceden eventos independientes dentro de un área o intervalos de tiempo, y u^1 que representa

¹ La bibliografía suele usar el símbolo lambda λ , pero este se usará en otra definición y para evitar confusión se usó el símbolo u .

el promedio del número de eventos; entonces se define a la distribución de Poisson como la probabilidad de ocurrencia de un determinado número k de eventos que pertenecen a X , dentro de un área especificada o un intervalo de tiempo especificado. Esto se resume en la siguiente expresión matemática:

$$p(k, u) = \begin{cases} \frac{e^{-u} u^k}{k!}, & \text{si } k = 0, 1, 2, \dots; u > 0; \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (7)$$

Además, se caracteriza por su valor esperado $E(X)$ que tiene el mismo valor que la varianza $Var(X)$, por lo tanto, ambos son iguales a u , la cual se mantiene constante y su espacio de observación es finito (Ramón Giraldo, 2007). Esta distribución cumple con las condiciones del proceso estocástico razón por la cual se ajusta para el análisis del patrón de puntos.

1.3.10. Proceso homogéneo de Poisson

También conocido como *Complete Spatial Randomness* o CSR, se define por el cumplimiento de estas dos condiciones: la homogeneidad (proceso estocástico estacionario de segundo orden) y la independencia de los eventos. Baddeley et al. (2015), afirman que:

El proceso es caracterizado por dos propiedades:

La homogeneidad: los puntos no tienen preferencia por una ubicación especial;

La independencia: la información sobre el resultado en una región del espacio no tiene influencia en el resultado en otras regiones. (pág. 132)

Lo que representa a la homogeneidad es el número esperado de puntos que se encuentran dentro de una región A , expresado por $E[n(X \cap A)]$. Esta esperanza debe ser proporcional al área $|A|$, por ello se define la siguiente igualdad:

$$E[n(X \cap A)] = \lambda |A| \quad (8)$$

Donde λ es una constante que significa la intensidad de puntos en el área A . (Baddeley et al., 2015).

Por otro lado, la independencia se refiere a que si existe un patrón de puntos aleatorio X contenido dentro de dos regiones disjuntas M y N , se cumple que la cantidad de puntos

encontrados en cada región, expresados como $n(X \cap M)$ y $n(X \cap N)$ para las regiones M y N respectivamente; son consideradas variables independientes. Esto se debe a que la ocurrencia de un evento en M no afecta la ocurrencia en N y viceversa. Además, si las regiones M y N forman una región más grande llamada A , se puede afirmar que la suma del conteo de ambas es igual al conteo de los eventos de A (9). Es por esa razón que si la región A tiene n subdivisiones independientes, la suma del número de eventos de las n subdivisiones es igual al número de evento en A (Baddeley et al., 2015).

$$n(X \cap M) + n(X \cap N) = n(X \cap A) \quad (9)$$

En base a las condiciones que definen un CSR, el patrón de puntos sigue la distribución de Poisson (7), donde μ es el número esperado de puntos dentro de una región (8) y λ es la intensidad constante mayor que cero. Es por ello que al CSR se le llama también proceso de puntos de Poisson homogéneo (Baddeley et al., 2015).

1.3.10.1. Propiedades del CSR.

En el análisis del patrón de puntos espaciales se cumplen tres propiedades.

Propiedad condicional.

Dado n puntos que se encuentran en la región A , son independientes y están uniformemente distribuidos en el área A . (Baddeley et al., 2015)

Propiedad de adelgazamiento.

Dado una intensidad inicial de puntos λ_0 de la región A . Se requiere seccionar un porcentaje de retención p , que representa solo a una parte del conjunto total de puntos que se encuentran dentro de la misma región A . Entonces se cumple que la nueva intensidad λ de los puntos seleccionados es el producto del porcentaje de retención multiplicado por la intensidad inicial del área A (10) (Baddeley et al., 2015).

$$\lambda = p\lambda_0 \quad (10)$$

Propiedad de superposición

Dado dos procesos de puntos con distribución de Poisson denominados X y Y , que se combinan y dan origen a un nuevo proceso denominado Z (11), se puede afirmar que Z también sigue una distribución de Poisson pero con una intensidad equivalente a la suma de las intensidades de X y Y (12) (Baddeley et al., 2015).

$$Z = X \cup Y \quad (11)$$

$$\lambda_z = \lambda_x + \lambda_y \quad (12)$$

1.3.11. Proceso no homogéneo de Poisson

También conocido como *Complete Spatial Randomness Inhomogeneous* o CSRI, es un proceso estocástico no estacionario, en el que sus propiedades estadísticas varían según la ubicación geográfica. Se define bajo tres condiciones. En primer lugar, el patrón de puntos X tiene su intensidad variable $\lambda(x)$ que depende de las ubicaciones $u \in \mathbb{R}^2$ distribuida dentro de una región A y se denota con la siguiente expresión matemática:

$$E[n(X \cap A)] = \int_A \lambda(x) du \quad (13)$$

Si la región A está subdividida en n partes iguales, la intensidad de puntos, varía para cada subdivisión. Por ejemplo, en el caso de las plántulas de un bosque, su densidad de área varía en cada zona, de acuerdo con los factores que faciliten su crecimiento, como el agua, la calidad del suelo, animales o interacción con otras especies de plantas. Por esa razón es difícil encontrar un escenario que tenga una intensidad de puntos constante.

En segundo lugar, para una región A dividida en áreas que no están superpuestas, los patrones de puntos aleatorio presente en cada área, son independientes entre sí. En último lugar, el patrón de puntos debe seguir una distribución de Poisson con la diferencia de que el valor esperado depende la localización de los eventos (Baddeley et al., 2015).

1.3.11.1. Propiedades del CSRI.

Cuando se cumplen todas las condiciones para confirmar la existencia de un proceso no homogéneo de Poisson, se pueden aplicar propiedades similares al CSR, pero su análisis del patrón de puntos es modificado por el λ variable.

Propiedad condicional.

La cantidad n de puntos que se encuentran dentro de la región A , son independientes entre sí. Además, tienen su función de densidad de probabilidad $f(x)$ para una ubicación específica u (14) y tiene una intensidad total I (15) de toda la región A (Baddeley et al., 2015).

$$f(x) = \frac{\lambda(x)}{I} \quad (14)$$

$$I = \int_A \lambda(x) du \quad (15)$$

Propiedad de adelgazamiento

Es la probabilidad de retención $p(x)$ aplicada a una intensidad de puntos dada (Baddeley et al., 2015). Por lo tanto, la nueva intensidad está definida de la siguiente manera:

$$\lambda = p(x)\lambda(x). \quad (16)$$

Propiedad de superposición

Si hay dos patrones de puntos independientes X y Y que siguen un proceso no homogéneo de Poisson, y tienen intensidades variables $\lambda_x(x)$ y $\lambda_y(y)$, respectivamente. Entonces la intensidad total será igual a la suma de las intensidades de ambos patrones (17) (Baddeley et al., 2015).

$$\lambda_z(z) = \lambda_x(x) + \lambda_y(y) \quad (17)$$

1.3.12. Técnicas de estudio del patrón de Puntos

El número esperado de puntos por unidad de área es la característica principal que permite el estudio del patrón de puntos. Esta intensidad puede ser constante para el caso de CSR o variable para el caso de CSRI. Además, los patrones pueden mostrar agrupamiento si los puntos están muy cercanos, pueden mostrar regularidad si los puntos están muy separados entre sí, o simplemente están distribuidos aleatoriamente (Ver Figura 1).

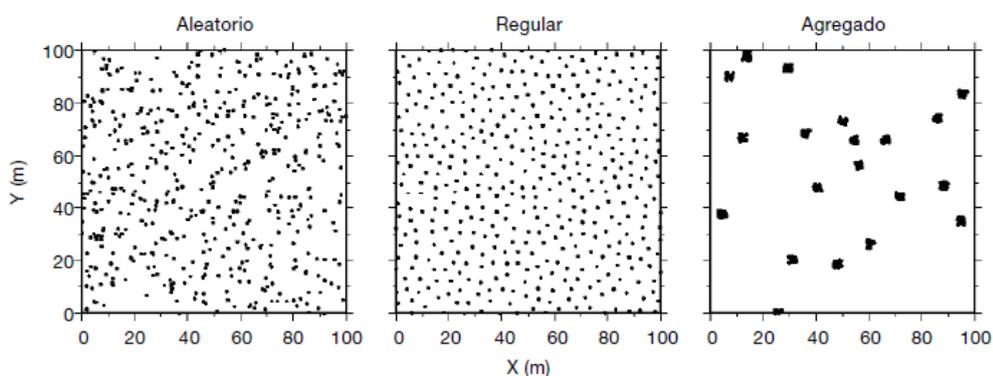


Figura 1: Patrones simulados para la aleatoriedad, regularidad y agrupamiento.

Fuente: Camarero & Rozas Ortiz, 2006

1.3.13. Prueba de bondad de ajuste.

Un patrón de puntos X en una subregión A que cumple condiciones CSR, tiene un número esperado de puntos que es proporcional al área de A , expresado como:

$$E[n(X \cap A)] = \lambda |A| \quad (8)$$

Donde λ es una constante, que representa la densidad de área que al multiplicarlo con el valor del área da como resultado la media o esperanza. Un aceptable estimador de la intensidad λ es:

$$\hat{\lambda} = \frac{n(x)}{|A|} \quad (18)$$

Para esta técnica se usa el descarte de que el patrón de puntos siga una intensidad homogénea. Para eso se plasman dos suspensiones o test de Hipótesis:

$H_0 =$ Los puntos siguen un patrón CSR

$H_1 =$ Los puntos no siguen un patrón CSR

Esta técnica consiste en subdividir la región estudiada en pequeñas parcelas o cuadrantes de igual tamaño. En cada cuadrante habrá un determinado número de puntos y partir de eso se medirá el estadístico χ^2 , definido como:

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(\text{Observación en cada cuadrante} - \text{numero esperado})^2}{\text{media}} \quad (19)$$

En una región A que está subdividida en m cuadrantes y que contiene conteos independientes n_j de puntos para cada cuadrante. se cumple lo siguiente:

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(n_j - n/m)^2}{n/m} \quad (20)$$

Con el resultado de este estadístico, se compara con χ_0^2 correspondiente a un nivel de significancia asignado por el investigador. Este estadístico se encuentra mediante la observación de tabla de la curva χ^2 , teniendo en cuenta que grados de libertad $m - 1$ (Baddeley et al., 2015).

Adicionalmente a esta prueba, si se rechaza que el patrón de puntos se encuentra en un entorno CSR, entonces se pueden realizar dos test de Hipótesis para evaluar si existe un patrón agrupado o regular. Es decir, para ambas pruebas, la Hipótesis nula dice que el patrón es CSR y las Hipótesis alternativas pueden ser regularidad o agrupamiento (Baddeley et al., 2015).

1.3.14. Estimación de intensidad no homogéneo

Un patrón de puntos X en una subregión A que cumple condiciones CSRI, tendrá una intensidad variable que depende de la ubicación de los puntos, expresado como:

$$E[n(X \cap A)] = \int_A \lambda(x) du \quad (13)$$

Para este caso $\lambda(x)$ también tendrá un estimador, que es calculado de una forma no paramétrica mediante la función de densidad de Kernel. El estimador de la intensidad no es una función conocida, pero se sabe que sus resultados son independientes y tienen la misma distribución de probabilidad. Estas condiciones son necesarias para la aplicación Kernel que usa los datos resultantes de una función continua para dar una aproximación a la función deseada (Jiménez, 1991). Para el caso del patrón univariado, es decir un solo patrón de puntos, se usa la siguiente expresión matemática:

$$\hat{\lambda}(u) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n k\left(\frac{x - x_i}{u}\right) \quad (21)$$

Siendo n la cantidad de puntos con ubicaciones u , h el ancho de banda y k el símbolo de Kernel. Existen varios tipos de kernel, entre los más conocidos son: uniforme, triangular, Epanechnikov y Gaussiano (Jiménez, 1991). El más aproximado es el estimador de Kernel Gaussiano, el cual es mostrado en la siguiente expresión matemática:

$$k(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}r^2} \quad (22)$$

Donde u representa a la siguiente igualdad:

$$u = \frac{x - x_1}{h} \quad (23)$$

La elección del ancho de banda es crucial para una mejor estimación de la función de densidad. Para ello se usa el criterio de la probabilidad de la validación cruzada (24) o *Likelihood Cross Validation* (LCV). En la ecuación (24), el término $\hat{\lambda}_{-i}(x_i)$ hace referencia a la estimación de densidad de Kernel en cada punto x_i . Mientras que el término $\hat{\lambda}_{-i}(u)$ hace referencia a la estimación de densidad de Kernel en una ubicación u (Baddeley & Turner, 2019).

$$LCV(h) = \sum_i \log \hat{\lambda}_{-i}(x_i) - \int_w \hat{\lambda}(u) du \quad (24)$$

LCV usa el ancho de banda para maximizar sus resultados. Por eso cuando la función alcanza su máximo valor, significa que el ancho de banda que se usó es el indicado, y por lo tanto se puede aplicar en la estimación de la función de densidad (Ver Figura 2).

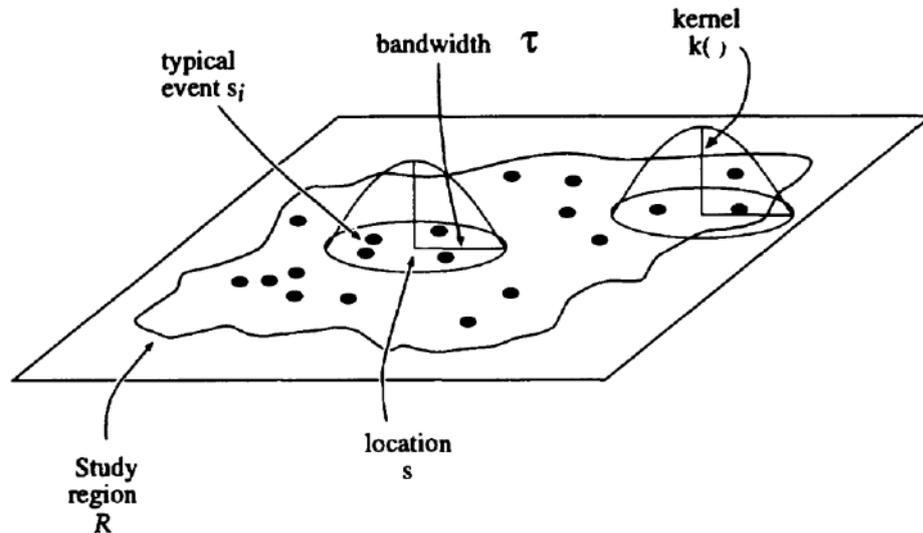


Figura 2: Interpretación gráfica del cálculo de la función de densidad de Kernel
Fuente: Gatrell, Bailey, Diggle, & Rowlingson, 1996

Existen parcelas donde contienen dos o más tipos de marcas de patrones de puntos que interactúan. Por ejemplo, una parcela puede contener la marca especie cuyos tipos son Algarrobo y Faique. Para ello la estimación de la intensidad total de la parcela es equivalente a la suma de las intensidades individuales de cada tipo de marcas, tal como dice la propiedad de superposición. En base a esto, su estimador también es la suma de los estimadores individuales de cada patrón de puntos, como se muestra en la siguiente igualdad:

$$\hat{\lambda}_T(u) = \sum_{m=1}^m \hat{\lambda}_m(u) \quad (25)$$

Para el caso de múltiples marcas, la estimación del ancho de banda también se calcula por la probabilidad de la validación cruzada. Esta evalúa la probabilidad de encontrar un punto que pertenezca a un determinado tipo de marca m de patrón de puntos en una ubicación u , con su respectiva corrección de borde para asegurar que el análisis se realiza dentro del área de estudio. Dicha probabilidad se expresa de la siguiente forma:

$$\hat{p}(m|u) = \frac{\sum_i 1\{m_i = m\}k(u - x_i)/e(x_i)}{\sum_i k(u - x_i)/e(x_i)} \quad (26)$$

Entonces la ecuación de la validación cruzada se define como la minimización de la negatividad del logaritmo de la probabilidad antes mencionada, como se muestra en a continuación:

$$L = - \sum_i \log \hat{p}(m|u) \quad (27)$$

1.3.15. Función de distribución de distancias al vecino más próximo $G(r)$.

Partiendo de la distancia euclidiana (28) entre dos puntos, para ubicaciones fijas que pertenecen al vector de puntos espaciales estacionarios \mathbf{X} .

$$r(p_1, p_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (28)$$

La distancia al vecino más cercano de cada punto (29), está determinada por la mínima diferencia entre las coordenadas de estos.

$$r_i = \min_{j \neq i} \|x_j - x_i\| \quad (29)$$

La función $G(r)$ se define como la probabilidad acumulada de las distancias euclidianas entre los vecinos más cercanos. En el análisis exploratorio del patrón de puntos se toman en cuenta dos funciones G : la función G real o empírica (30) que se calcula mediante un estimador $\hat{G}(r)$; y la distribución de Poisson homogénea teórica $G(r)_{pois}$ (31), la cual asume los puntos en un espacio completamente aleatorio.

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_1(r) \varepsilon_1}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_1(r)} \quad (30)$$

Donde $\delta_1(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_i \leq r \\ 0 & \text{si } r_i > r \end{cases}$ y $\varepsilon_1(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_{ib} \geq r \\ 0 & \text{si } r_{ib} < r \end{cases}$

$$G(r)_{pois} = 1 - e^{-\lambda \pi r^2} \quad (31)$$

El estimador es la relación entre los puntos que están a una distancia r_i con respecto al vecino más cercano, y los puntos con distancia r_{ib} al borde más cercano de la parcela, que sirve para considerar los efectos de borde. Los bordes son incluidos debido a que las parcelas están delimitadas y el patrón de puntos puede verse afectado al no analizar los puntos que están fuera de la parcela. Este r_i debe ser menor que r , es decir la función analiza a todas las distancias menores que r (Rozas & Camarero, 2006). En la ecuación empírica (30), $\delta_1(r)$ asegura que la

función se aplique a distancias menores que la distancia propuesta r y $\mathcal{E}_1(r)$, representa a la corrección de borde.

Cuando se grafican ambas funciones, ocurren dos situaciones. Si $\hat{G} > G_{pois}$ el patrón de puntos muestra agrupación. Si $\hat{G} < G_{pois}$ es porque el patrón se repele, y existe competencia (Rozas & Camarero, 2006).

La función G (32) también se aplica para CSRI, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$G_{inhom}(r) = 1 - E \left[\prod_{x_i \in X \cap b(u,r)} \left(1 - \frac{\lambda_{min}}{\lambda(x_i)} \right) \right] \quad (32)$$

Esta expresión tiene un cálculo extenso para obtener una interpretación para un proceso no homogéneo de Poisson y otra para el estimador. Ambas ecuaciones se comparan y se toma en cuenta el mismo análisis que para el CSR. Sin embargo, el programa R a través de su paquete Spatstat permite un análisis computarizado práctico y eficiente. En la Figura 3 la línea de color negro representa a la función empírica y la línea de color rojo representa a la función teórica de aleatoriedad.

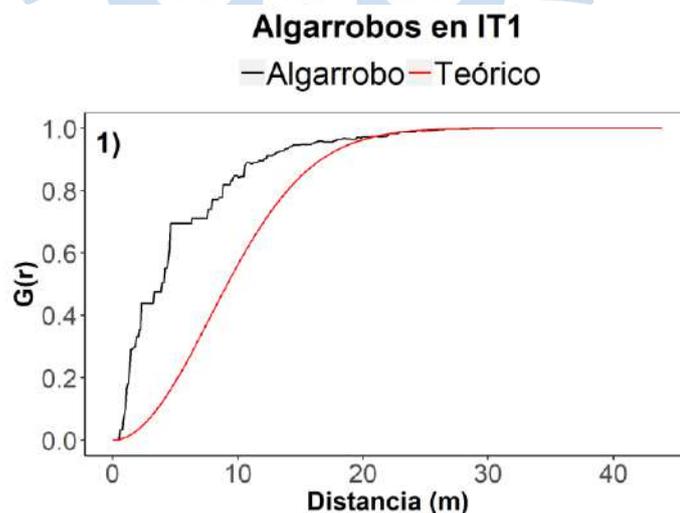


Figura 3. Función G no homogénea empírica y teórica

Fuente: Elaboración propia

Nota: La observación de las líneas afirma que los Algarrobos están agrupados.

1.3.16. Función K de Ripley

De la misma forma que la función G, la función K se desarrolla bajo el principio de un espacio completamente aleatorio de Poisson y estudia las distancias r entre puntos. Esta analiza el número esperado de puntos $\lambda\pi r^2$ dentro de un área circular que tiene como centro la ubicación de un punto y tiene como radio la distancia r . Además, cuantifica la desviación con respecto al CSR para un rango de distancias entre los puntos del patrón. Esta función también tiene una ecuación empírica $\hat{K}(r)$ (33) y una función teórica $K(r)_{pois}$ (34) en un espacio CSR (Rozas & Camarero, 2006).

$$\hat{K}(r) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}^{-1} I_{ij}(r) \quad (33)$$

Donde $I_1(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_i \leq r \\ 0 & \text{si } r_i \geq r \end{cases}$

$$K(r)_{pois} = \pi r^2 \quad (34)$$

En la función $\hat{K}(r)$, W_{ij} representa la corrección de borde y $I_1(r)$ representa que la función se aplique para rangos de distancias menores que el r propuesto. Además, Cuando se grafican ambas funciones, ocurren dos situaciones. Si $\hat{K} > K_{pois}$ el patrón de puntos muestra agrupación. Si $K < K_{pois}$ es porque el patrón se repele, es sobre disperso (Rozas & Camarero, 2006).

Para el caso de CSRI, la función K se expresa de la siguiente manera:

$$K_{inhom}(r) = E \left[\sum_{x_j \in X} \frac{1}{\lambda_j(x)} 1\{0 < \|u - x_j\| \leq r\} | u \in X \right] \quad (35)$$

Al igual que G_{inhom} , la función K_{inhom} también tiene un cálculo muy extenso para un proceso no homogéneo de Poisson y otra para el estimador que se comparan y se toma en cuenta el mismo análisis que para el CSR. De igual manera el programa R a través de su paquete Spatstat permite un análisis computarizado práctico y eficiente

Adicionalmente, se utiliza el análisis de las envolventes para confirmar los tipos de patrones. Para esto se calcula la diferencia entre \hat{K} y K_{pois} y luego se realizan normalmente 99 simulaciones de esta diferencia utilizando \hat{K} con diferentes K_{pois} simulados. Esto representa un nivel de confianza del 95 % (De La Cruz Rot, 2008). Si la diferencia entre \hat{K} y K_{pois} está dentro rango de resultados de la envolvente entonces significa que el patrón de puntos cumple con las condiciones de CSR o CSRI (Ver Figura 4). Ledo, Condés y Montes (2012), afirman:

La función $K(d)$ se suele utilizar como función test, generándose un número suficientemente elevado de simulaciones (generalmente 99 o más) de un modelo nulo, que suele consistir en una distribución completamente aleatoria ($H_0 \approx \text{SCR-complete spatial randomness}$) y se compara la función empírica con los cuantiles (normalmente 2,5% y 97,5%) del modelo nulo. Cuando la función empírica alcanza valores superiores al modelo nulo a una determinada distancia, implica la existencia de un patrón espacial en agregados significativo a esa distancia y si por el contrario aparece por abajo, implica la existencia de un patrón espacial regular a esas distancias. (p.119)

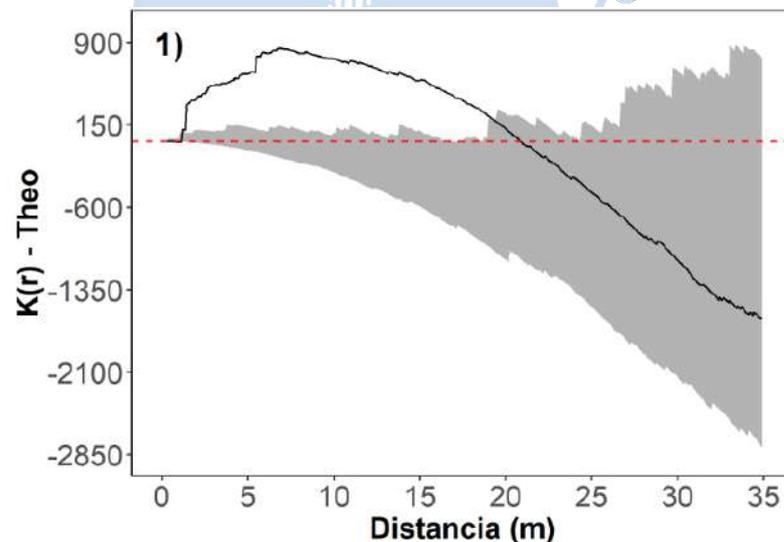


Figura 4: La función y su envolvente de simulaciones
Fuente: Elaboración propia.

Nota: La interpretación de la figura es que el patrón de puntos se agrupa hasta antes de los 20 m y luego se comporta de manera aleatoria

1.3.17. Patrón de puntos bivariantes en CSRI

Cada punto en el espacio contiene información que describe al evento que representa, a la cual se le denomina marca. En ecología, un patrón de puntos puede contener distintas marcas como la altura, el diámetro o la especie arbórea. En el análisis del patrón de puntos también

puede medir si existe interacción entre los tipos de marcas. Para ello, el análisis evalúa el patrón de dos en dos marcas, e identifica si existe agrupación o repulsión entre ellas. Por ejemplo, si en una parcela hay Algarrobo, Faique y Sapote, el análisis se realiza entre Algarrobo y Faique, Algarrobo y Sapote, y, Faique y Sapote. A esto se le denomina análisis de patrón de puntos bivariantes (Baddeley et al., 2015). La herramienta que se usa es la función K_{ij} (36) que analiza la cantidad de puntos de marca j que está separado de la marca i , a una distancia menor e igual que r .

$$K_{ij}^{inhom} = E \left[\sum_{x \in X^{(j)}} \frac{1_{\{\|x - u\| \leq r\}}}{\lambda_j(x)} \mid u \in X^{(i)} \right] \quad (36)$$

A partir de esta expresión se calculan una función estimada y una parte teórica de CSRI, que también son calculados en software R debido a su complejidad. Si los resultados de los estimadores coinciden con la parte teórica es porque no hay interacción entre los tipos de puntos, si son mayores es agrupación y si son menores representa repulsión. (Baddeley et al., 2015). En Figura 5 la línea roja representa a parte teórica y la línea negra a la estimación de la interacción.

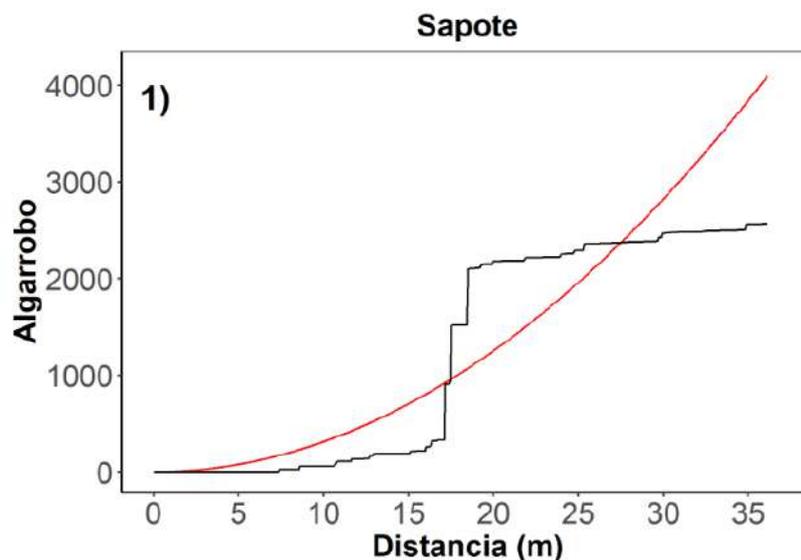


Figura 5. Interacción entre dos especies (Algarrobo y Faique).
Fuente: Elaboración propia.

Nota: La línea roja representa a parte teórica y la línea negra a la estimación de la interacción. Si la línea roja está por encima negra es agrupación, caso contrario es repulsión. Si coinciden quiere decir que no hay interacción.

1.3.18. ANOVA con dos factores con interacción

EL ANOVA es una herramienta que compara medias de distintas muestras de poblaciones y analiza que tan diferentes son a través de su varianza. Existen factores y tratamientos que hacen posible este análisis. Los factores hacen referencia a las condiciones externas que influyen en el análisis y los tratamientos a los experimentos controlados. En este caso existen dos factores externos con interacción que examinan por medio de un diseño aleatorizado que consiste en formar grupos de experimentos que sean uniformes (Fachelli, 2018). Las hipótesis se analizan a partir del planteamiento presentado en la Tabla 1.

Tabla 1. Hipótesis para ANOVA de dos factores con interacción

Hipótesis para el factor 1:	$H_0: u_1 = u_2 = \dots = u_k$ $H_1: \text{Al menos una media es diferente}$
Hipótesis para el factor 2:	$H_0: u_1 = u_2 = \dots = u_n$ $H_1: \text{Al menos una media es diferente}$
Hipótesis para la interacción:	$H_0: \text{Los factores no interactúan con respecto a la variable investigada}$ $H_1: \text{Los factores sí interactúan con respecto a la variable investigada}$

Fuente: (Bustíos, 2011)

Además, las medias de los factores son los valores usados para el cálculos del ANOVA de dos factores con interacción. En la Tabla 2 se muestra un resumen de los cálculos.

Tabla 2. Cálculos del ANOVA

Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Test F
Factor A	SS_A	$a-1$	$SS_A / a-1$	F_A
Factor B	SS_B	$b-1$	$SS_B / b-1$	F_B
Interacción	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	$SS_{AB} / (a-1)(b-1)$	F_{AB}
Error	SS_E	$ab(n-1)$	$SS_E / ab(n-1)$	
Total	SS_T	$N-1$		

Fuente: (Bustíos, 2011)

Ya calculado el estadístico F se puede determinar el nivel de significancia para tener la certeza de si se rechazan o se aceptan las hipótesis nulas.

1.4. Software R Studio

Es un programa que se usa mucho para análisis estadísticos. Las técnicas para el análisis del patrón de puntos son ejecutadas en este programa mediante el paquete de programación Spatstat, el cual debe instalarse previamente. Solo el ANOVA está instalado por defecto en el programa (Baddeley & Turner, 2019). A continuación, se mostrarán las funciones de software para cada una de las técnicas del patrón de puntos:

Funciones para la observación del patrón de puntos:

- Función ppp: A partir de coordenadas con sus respectivas marcas, representa los puntos en el espacio bidimensional.
- Función quadrat test: Realiza la prueba de ajuste de bondad para verificar si el patrón de puntos es o no es homogéneo.
- Función bw.ppl: Estima el ancho de banda óptimo para el patrón de puntos univariante.
- Función density.ppp: Calcula la densidad de Kernel para el patrón de puntos. Utiliza el ancho de banda calculado por bw.ppl

Funciones para el análisis del patrón no homogéneo

- Función Ginhom: Calcula la función G teórica y empírica para el patrón de puntos.
- Función Kinhom: Calcula la función K teórica y empírica para el patrón de puntos.
- Función Envelop: Calcula un sobre de simulaciones para una función en específico. Para este caso es la función Kinhom
- Función Kcross.inhom: Calcula la interacción para un análisis bivalente en un patrón de puntos no homogéneo.
- Función altypes: Calcula un análisis bivalente de una determinada función para todas las marcas que contenga, escogiéndolas de dos en dos. Para este caso es la función Kinhom.

- **Función ANOVA:** Realiza el ANOVA a partir de una expresión lineal dada por la función l_m .



Capítulo 2

Metodología

En este capítulo se explicará el procedimiento que se siguió para el análisis del patrón de puntos, el cual sirvió para responder al planteamiento general de cómo interactúan las plántulas de algunas especies arbóreas del bosque seco de la región Piura. Por eso se plantea un objetivo general al que se sustenta más detalladamente a través de tres objetivos específicos. Además, el estudio se divide en dos partes: la georreferenciación de los puntos y el tratamiento de los datos de las plántulas que contienen su ubicación, especie y tamaño.

2.1. Objetivo General

Aplicar el software R en el análisis del patrón de puntos para evaluar el impacto de la relación planta a planta sobre la distribución espacial del crecimiento de especies arbóreas en el bosque seco de Piura.

2.2. Objetivos Específicos

- Determinar efectos de facilitación y competencia tanto entre una misma especie como entre diferentes especies de plantas que crecen en el bosque seco estacional de Piura.
- Determinar efectos de facilitación y competencia según el tamaño de la planta en Algarrobos.
- Determinar si la relación entre la población, especie y la interacción entre ellas, tienen un efecto sobre el tamaño de las plantas.

2.3. Georreferenciación

Es el proceso previo que se realizó antes de analizar el patrón de puntos. Este trabajo se realizó para obtener las coordenadas de todas las plántulas registradas.

2.3.1. Muestras

La muestra se definió como una parcela del bosque Seco de Piura con un área de 100 m² que contenía plántulas, es decir plantas con tamaño menor a 1 m de altura. Las muestras se escogieron de 4 sitios que albergan el bosque seco Piurano: Ignacio Távara, Rinconada, Ñapique y Piura. En el caso de Ñapique debido a las condiciones del suelo se consideró dividir la zona en dos sectores, denominados Ñapique Seco y Ñapique Húmedo. Con respecto a Piura las muestras se encuentran dentro del campus de la Universidad de Piura, mientras que el resto de las zonas, están cerca a comunidades que suelen aprovechar el recurso de la madera para sus actividades domésticas. Además, en total se tomaron dos muestras por cada zona, es decir en total se obtuvieron 10 muestras de parcelas como se resume en la Tabla 3.

Tabla 3. Parcelas muestreadas

Zona	Número de muestra	Denominación
Rinconada	Muestra 1	RI1
	Muestra 2	RI2
Ñapique Seco	Muestra 1	ND1
	Muestra 2	ND2
Ñapique Húmedo	Muestra 1	NW1
	Muestra 2	NW2
Piura	Muestra 1	PI1
	Muestra 2	PI2
Ignacio Távara	Muestra 1	IT1
	Muestra 2	IT2

Fuente: Elaboración propia.

En las parcelas se tomaron en cuenta todas las plántulas, independientemente de la especie. Debido a la gran extensión de las parcelas, cada una de estas se dividió en cuatro secciones y cada sección se representó en una hoja milimetrada. Para ello, primero se utilizó un GPS que referenciaba los límites de las partes, por medio de coordenadas UTM. Definidos los límites, se plasmaron las ubicaciones de las plántulas en las hojas milimetradas como se muestra en el ejemplo de la Figura 6. Además, cada especie fue representada por medio de un símbolo, mientras que las letras en mayúsculas del abecedario indicaban el rango de tamaños al que pertenecía cada plántula. Es decir, la letra A abarca a tamaños menores a 5 cm, la letra B abarca

de 6 cm a 20 cm, la letra C abarca de 21 cm a 40 cm, la letra D abarca de 41 cm a 60 cm y la letra E abarca de 60 cm a más. Cabe resaltar que se consideran plántulas a aquellos arboles son menores a 100 cm de altura (Ver Figura 7).

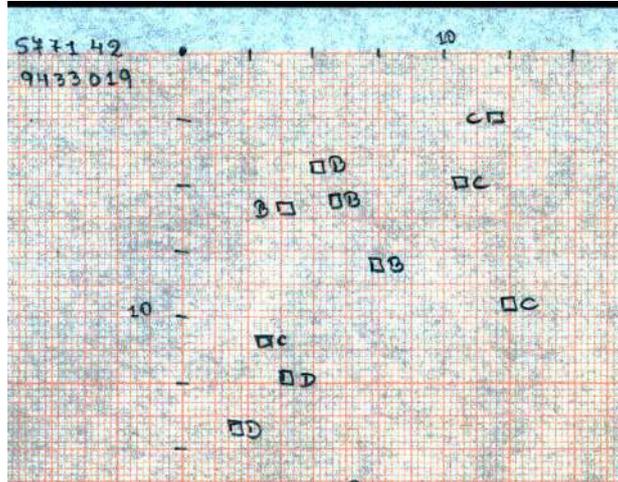


Figura 6. Sección de una hoja milimetrada de una parcela.
Elaboración propia

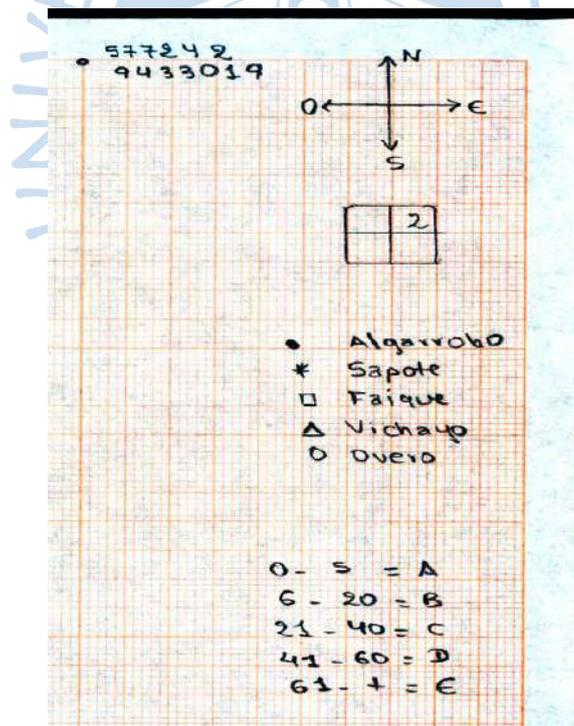


Figura 7: Leyenda de la hoja milimetrada.
Elaboración propia.

2.3.2. Georreferenciación

Las hojas milimetradas fueron escaneadas y por medio del software Photoshop se unieron las cuatro secciones que conformaban una parcela en específico. Luego estas imágenes fueron

procesadas en el software Q gis Figura 8 cuyo resultado fue la obtención de las coordenadas de todas las plántulas con su respectiva especie y tamaño. Este proceso consistió en cargar las imágenes en Q gis y luego por medio de la herramienta Raster se colocaban los límites de las parcelas, que fueron medidas inicialmente por GPS. Luego a cada plántula de la imagen se le colocaba la especie y rango de tamaño a la que hacía referencia. Finalmente, el programa daba como resultado una tabla de coordenadas con su especie y rango de tamaño (Ver Figura 9).

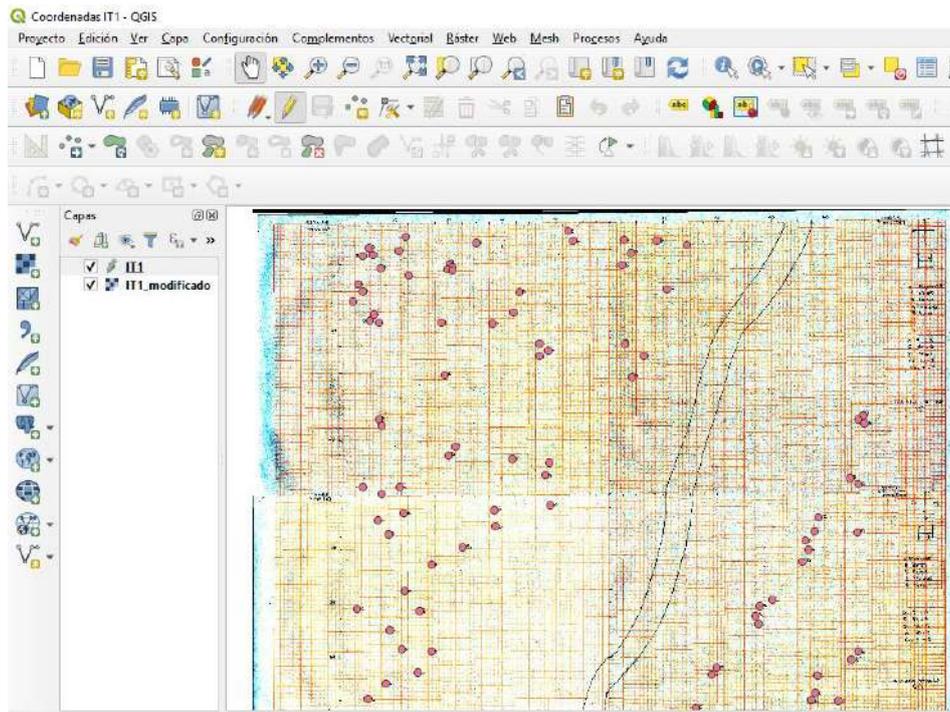


Figura 8. Imágenes de las parcelas cargadas en Q gis.
Elaboración propia.

IT1 :: Objetos totales: 102, Filtrados: 102, Seleccionados: 0

id	Especie	Tamaño	CoorX	CoorY
1	Faique	C	577154	9433016
2	Faique	B	577147	9433014
3	Faique	B	577146	9433013
4	Faique	C	577152	9433014
5	Faique	B	577148	9433013
6	Faique	B	577149	9433011
7	Faique	C	577145	9433008
8	Faique	D	577146	9433006
9	Faique	D	577144	9433004
10	Faique	B	577148	9433002

Figura 9. Cuadro de coordenadas calculadas por Q gis.
Fuente: Elaboración propia.

2.4. Análisis del patrón de puntos.

Este análisis fue el eje principal de la investigación porque se trató de determinar la relación que existe entre las plántulas, ya sea por causa de la interacción entre especies o entre tamaños. A continuación, se explicará el tratamiento de los datos que se obtuvieron del programa Qgis, los cuales fueron analizados en el software R. Este software tiene un paquete llamado Spatstat el cual contiene las herramientas necesarias para el análisis de los datos.

2.4.1. Lectura inicial de los datos

En las parcelas se identificaron especies de Algarrobo, Faique, Sapote, Vichayo y Overo. Estas dos últimas especies estaban en poca cantidad por lo cual no se tomaron en cuenta para el análisis por especie y para el análisis entre especies. Se estableció que cantidades menores a 20 registros ya sea por especie o por rango tamaño, sería despreciada ya que al aplicar el análisis del patrón de puntos el software arrojaba resultados errados y sin sentido.

Por otro parte, se registró gran cantidad de Algarrobos, además de ser la única especie que se encuentra presente en todas las muestras. En segundo lugar en cantidad está el Faique que aparece en dos poblaciones en gran cantidad (Gráficos 7, 8, 9 y 10 de la Figura 10) y por último está el Sapote que aparece en cantidades regulares en dos poblaciones (Gráficos 1, 7 y 8 de la Figura 10). Además, cabe resaltar que solo en las parcelas de Piura se encuentran conviviendo las tres especies (Gráficos 7 y 8 de la Figura 10) y que la parcela NW1 y RI2 solo contienen 12 Algarrobos y 2 Sapotes respectivamente (Gráficos 2 y 5 de la Figura 10) las cuales no se tomaron en cuenta en la muestra de los resultados.

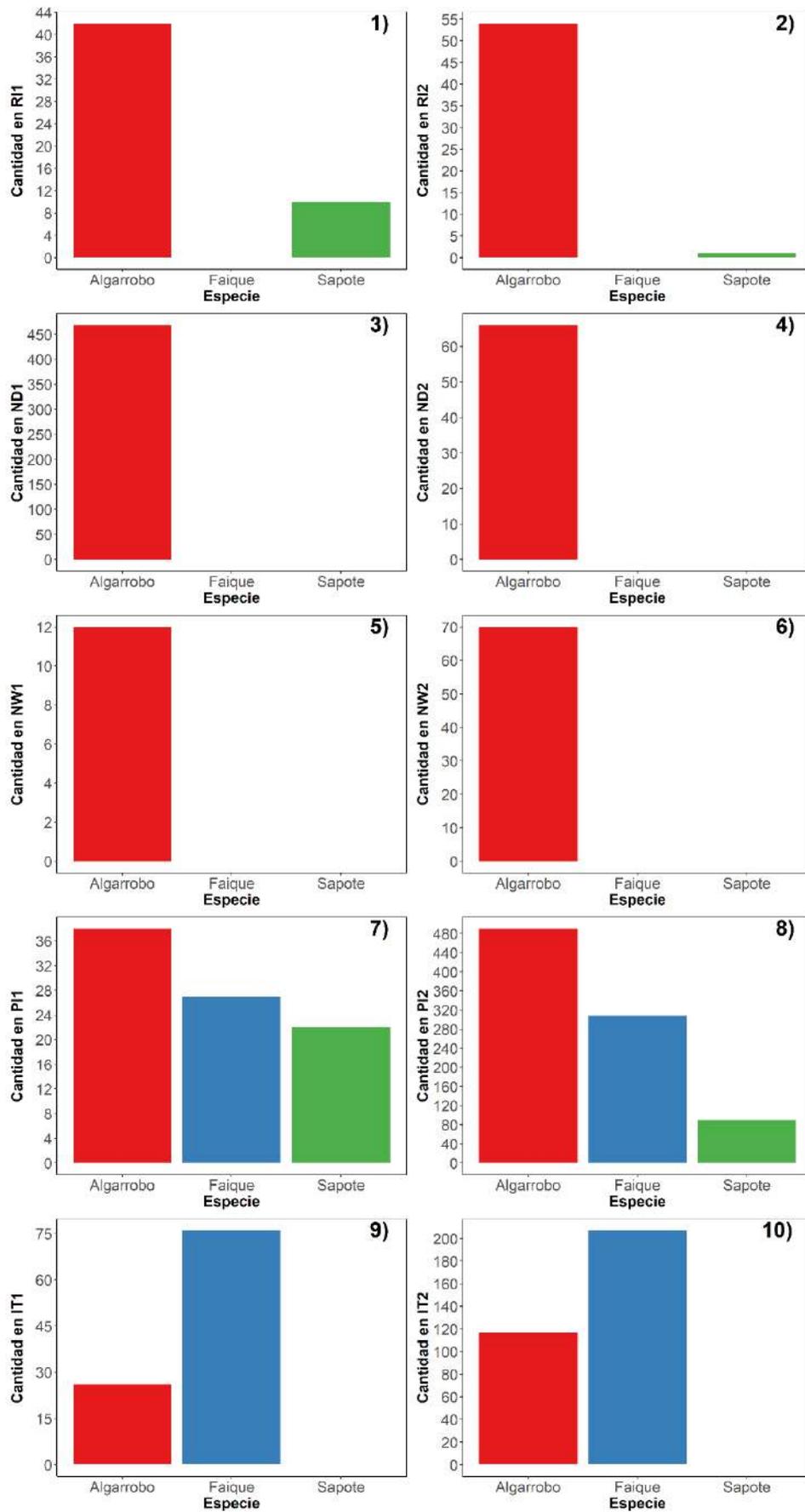


Figura 10. Cantidad de plántulas por especie
Fuente: Elaboración propia.

Los tamaños de los Algarrobos también fueron medidos en cada parcela y clasificados según su rango de tamaños como se muestra en la Figura 11. Ni la parcela NW1 ni la parcela IT1 se tomaron en cuenta por tener pocos registros. Solo los tamaños de tipo B están presentes en todas las parcelas. Además, de igual manera los tamaños de tipo A solo fueron considerados en las parcelas ND1 e IT2 (Gráficos 3 y 10 de la Figura 11). Los de tipo B se consideraron en todas las parcelas, los de tipo C se tomaron en cuenta en las parcelas ND1, ND2, NW2 y PI2 (Gráficos 3, 4, 6 y 8 de la Figura 11); los de tipo C se tomaron en cuenta en las parcelas ND1 y PI2 (Gráficos 3 y 8 de la Figura 11) y el tamaño de tipo E solo se consideró en la parcela PI2 (Gráfico 8 de la Figura 11).



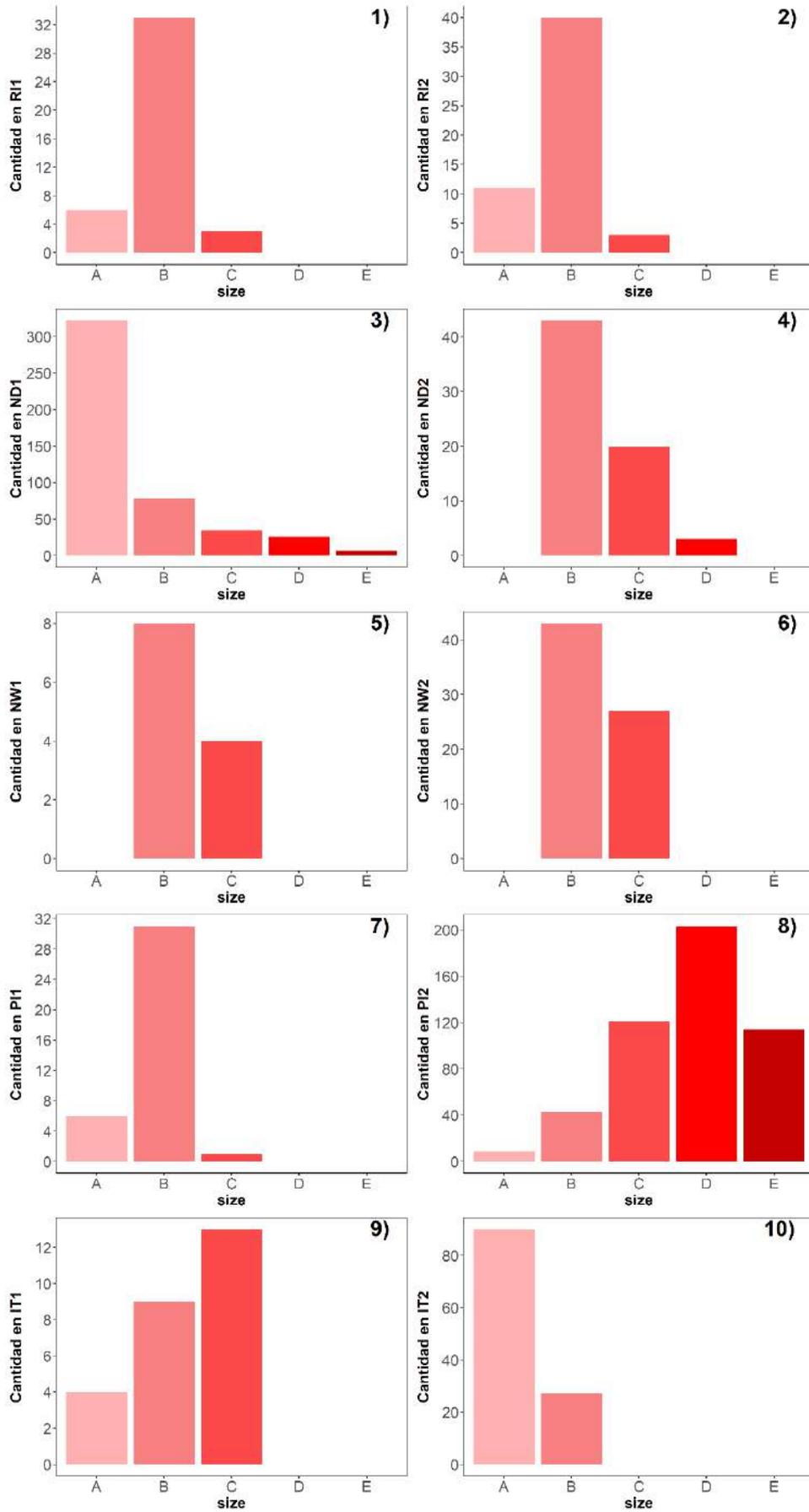


Figura 11. Cantidad de plántulas de Algarrobo por tipos de tamaños
Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran las Tabla 4 y la Tabla 5, donde se indica cuáles son los datos que fueron analizados según la especie y según el tamaño de Algarrobo, en base a lo anteriormente explicado.

Tabla 4. Especies que se tomaron en cuenta por cada parcela

Parcela	Algarrobos	Faiques	Sapotes
RI1	X		
RI2	X		
ND1	X		
ND2	X		
NW1			
NW2	X		
PI1	X	X	X
PI2	X	X	X
IT1	X	X	
IT2	X	X	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5. Tipos de tamaños de Algarrobo que se tomaron en cuenta en cada parcela

Parcela	Tipo A	Tipo B	Tipo C	Tipo D	Tipo E
RI1		X			
RI2		X			
ND1	X	X	X	X	
ND2		X	X		
NW1					
NW2		X	X		
PI1		X			
PI2		X	X	X	X
IT1					
IT2	X	X			

Fuente: Elaboración Propia

Nota: La letra A es para tamaños menores a 5 cm, la letra B para 6 cm a 20 cm, la letra C para 21 cm a 40 cm, la letra D para 41 cm a 60 cm y la letra E para 60 cm hasta 100 cm

2.4.2. Creación de patrón de puntos en R Studio

Los datos de las parcelas se encuentran ordenados en tablas como se mostró en la Figura 9, donde cada fila describe a una plántula. Las coordenadas dan su ubicación en el espacio de dos dimensiones, y, los datos de especie y altura representan los atributos o marcas que le pertenecen a cada plántula.

La función `ppp()` transforma la base de datos en un patrón de puntos en un plano. Esta transformación se ilustra en la Figura 12. Dicho de otra manera, esta función crea un objeto de

clase `ppp` que representa a los datos en un espacio de dos dimensiones como lo muestra la Figura 13. Para que la función se ejecute requiere datos de entrada como las coordenadas del eje x , las coordenadas del eje y , los límites del área de estudio y la marcas, como por ejemplo la especie y la altura (Baddeley & Turner, 2019).

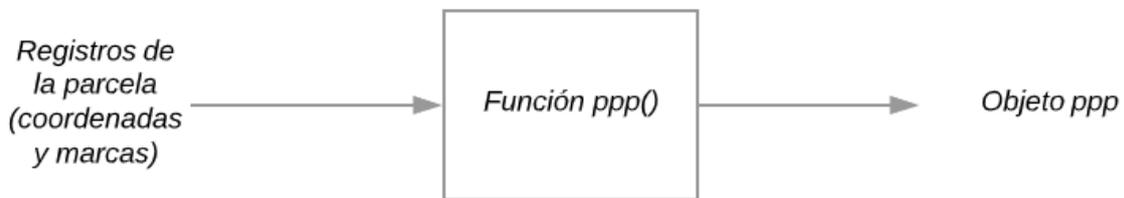


Figura 12. Proceso de creación del objeto `ppp`.
Fuente: Elaboración propia.

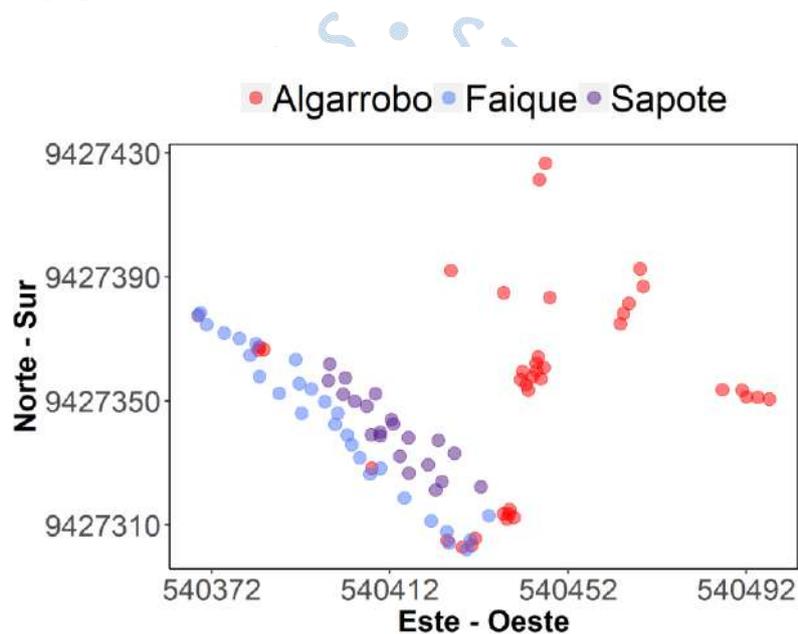


Figura 13. Representación gráfica del objeto `ppp` de la parcela PI1 en el software R
Fuente: Elaboración propia.

2.4.3. Análisis por especie

Este análisis requiere filtrar cada objeto `ppp` según la especie. Esto es posible por medio de la función `Split`. Esta función tiene como dato de entrada el objeto `ppp` (que no se puede filtrar por especie) de cada parcela y el nombre de la marca que se va a filtrar. Su resultado fue un objeto `ppp` con opción de filtrar el patrón de puntos según la especie. Este proceso se ilustra en la Figura 14. Además, en su grafica en dos dimensiones separa los patrones de puntos según sea la especie. En la Figura 15 se muestra al objeto IT1 filtrado según la marca especie que puede ser Algarrobo o Faique. Es a partir de esta separación de patrones, que al mismo tiempo

pertenecen a la misma parcela, en donde se aplica un conjunto de métodos para analizar cada patrón de puntos.



Figura 14. Proceso de filtración de patrones según la especie
Fuente: Elaboración propia.

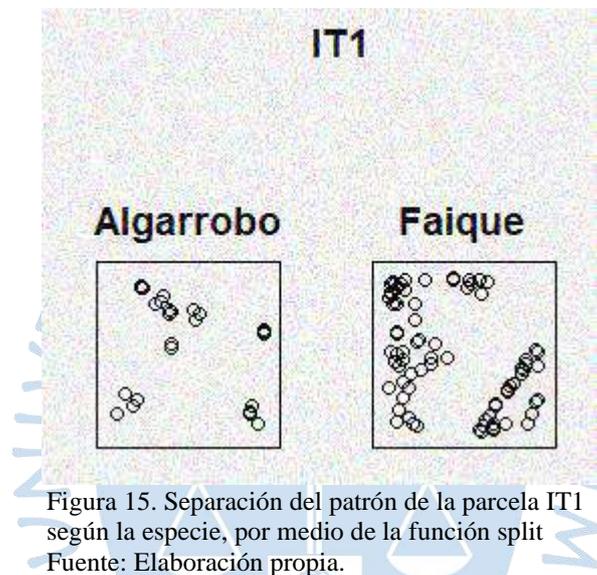


Figura 15. Separación del patrón de la parcela IT1 según la especie, por medio de la función split
Fuente: Elaboración propia.

2.4.3.1. Prueba de bondad de ajuste

Este método consiste en realizar una prueba de aleatoriedad a través de la función `quadrat.test`. H_0 indica que los puntos siguen un patrón CSR y H_1 indica que los puntos no siguen un patrón CSR. La función también tiene la alternativa de evaluar un patrón “cluster” (agrupación) o “Regular” (repulsión). Para estos casos el test de Hipótesis tiene un H_0 que sigue siendo el mismo que lo explicado anteriormente, mientras que la H_1 puede ser o un patrón de tipo Clúster, para evaluar agrupación de puntos, o por patrón del tipo Regular para evaluar repulsión de puntos.

Esta función da la opción de escoger la cantidad de cuadrantes que se obtuvieron dividiendo los ejes X y Y en n y m partes respectivamente. Si son pocos cuadrantes entonces el error relativo es pequeño (división entre el error estándar y la media) ya que es muy probable que el número esperado por cuadrante este muy aproximado con la cantidad de puntos que caen

en dicho cuadrante, sin embargo, se pierde la observación de la variabilidad espacial (Baddeley et al., 2015). La metodología usada, dividió el eje X y Y en la misma cantidad de partes es decir $n = m$ y se probó con el máximo número de cuadrantes posibles. Cuando se ejecutaba la función `quadrat.test` y aparecía un mensaje de alerta sobre el uso del exceso de cuadrantes, se determinaba que la división de los ejes a usar es la división de ejes anterior a la de la alerta. Por ejemplo, si la alerta aparecía cuando la división fue de $m=5$ y $n=5$, entonces la cantidad máxima a usar es $n=4$ y $m= 4$. En la Figura 16 se muestran los cálculos que realiza la función `quadrat.test`.

IT2

12 7.3 1.7	18 7.3 4	0 7.3 -2.7	0 7.3 -2.7
11 7.3 1.4	11 7.3 1.4	0 7.3 -2.7	0 7.3 -2.7
24 7.3 6.2	3 7.3 -1.6	5 7.3 -0.86	0 7.3 -2.7
18 7.3 4	3 7.3 -1.6	12 7.3 1.7	0 7.3 -2.7

Figura 16. Cálculos de la función `quadrat.test` para los Algarrobos ubicados en la parcela IT2.
Elaboración propia.

Nota: La parcela IT2 está dividida en 16 cuadrantes. En cada cuadrante hay tres números, el que está en la parte superior izquierda es el número de puntos dentro del cuadrante, el que está en la parte superior derecha es el número esperado y el que está en la parte inferior es el residuo de Pearson

Además, en la investigación se aplicó la mayor cantidad de cuadrantes en cada parcela debido a que existían puntos aglomerados en ciertas partes, dejando el resto del área vacía. A partir de eso analiza el conteo de puntos por cuadrante que da como resultado un valor p. Este valor mide la certeza de rechazar la H_0 . Para analizar esto, se compara con un valor p con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$. Si el valor p calculado es menor entonces existe evidencia suficiente para rechazar H_0 y si es mayor entonces existe evidencia suficiente para aceptar H_1 .

2.4.3.2. Intensidad variable

Esta es una prueba que sirvió para visualizar y cuantificar la intensidad variable en toda la parcela para cada patrón de puntos por separado (en la parcela puede estar el patrón de puntos de Algarrobos, Faiques y Sapotes). Para ello se necesita calcular el ancho de banda que maximice el estimador de la función de densidad de kernel para cada patrón de puntos. Este ancho de banda se halla por medio la función `bw.ppp`, que tiene como entrada el objeto `ppp` y como resultado el ancho de banda óptimo. En el gráfico de la Figura 17 el eje horizontal es el conjunto de anchos de banda (h) en metros y en el eje vertical son los resultados de la validación cruzada CV . Además, la línea de color rojo indica el ancho de banda que maximiza CV , cuyo h es igual 3.088906 m.

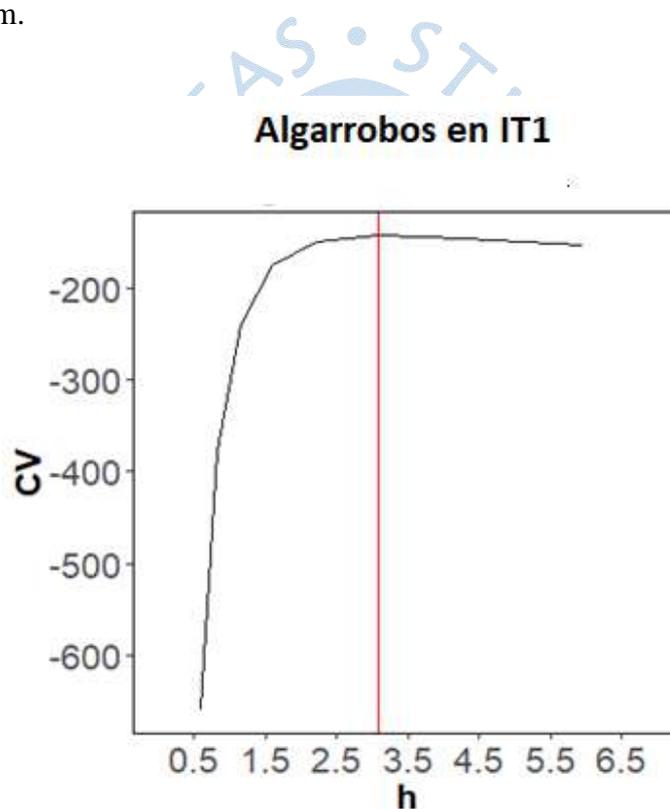


Figura 17. Validación cruzada para el patrón de Algarrobos en IT1
Fuente: Elaboración propia.

Nota: La línea de color rojo indica el ancho de banda que maximiza la validación cruzada (CV). Para este caso el ancho de banda (h) es igual 3.088906 m.

Luego de haber calculado h que maximiza CV , este valor sirvió para el cálculo de la función de densidad de Kernel, mediante la función `density`, la cual devuelve un objeto de la clase `im`, es decir el comando transforma el objeto `ppp` en cuadrículas de píxeles y por lo tanto devuelve una imagen de píxeles. Para apreciar mejor los valores de densidad, se realizaron

gráficos de curvas de nivel, a través de la función `contour.im` donde se observa la intensidad variable de puntos a lo largo del área como se muestra en la Figura 18.



Figura 18. Curvas de nivel de densidad de una sección de la parcela IT1
Fuente: Elaboración propia.

La función `density` también sirve como dato de entrada para el cálculo de la función `G` no homogénea debido a la variabilidad de la intensidad. La función `density` se puede aplicar en dos formas: (a) usando las cuadrículas de píxeles y (b) usando cada punto del patrón. En el caso la función `G` se calculó la densidad aplicada al patrón de puntos. Mientras que las curvas de nivel utilizaron la densidad aplicada a las cuadrículas de píxeles.

2.4.3.3. Función `G`

En vista de que los resultados de las funciones `quadrat.test` y `density` confirmaron que la intensidad es variable en todas las parcelas y por lo tanto sus patrones de puntos no son homogéneo. Una forma de evaluar el comportamiento de los patrones de puntos es a través de la función `G` no homogénea la cual muestra la función de distribución al vecino más cercano en un patrón de puntos con intensidad no homogénea. Para ello se utilizó el comando `Ginhom` que calcula la función `G` no homogénea. Este comando requiere como datos de entrada el objeto `ppp` de un solo patrón de puntos de una parcela y su respectivo cálculo de densidad ajustado a cada punto. La Figura 19 muestra el comportamiento de los Algarrobos en las parcelas IT1 e IT2. Si la curva de los datos de algarrobo está por encima de la curva teórica entonces significa que las plántulas están más cerca entre sí, de lo que cabría esperar en una distribución aleatoria

(patrón agrupado), caso contrario significa que los puntos se repelen, y si ambas coinciden entonces el patrón de puntos es aleatorio.

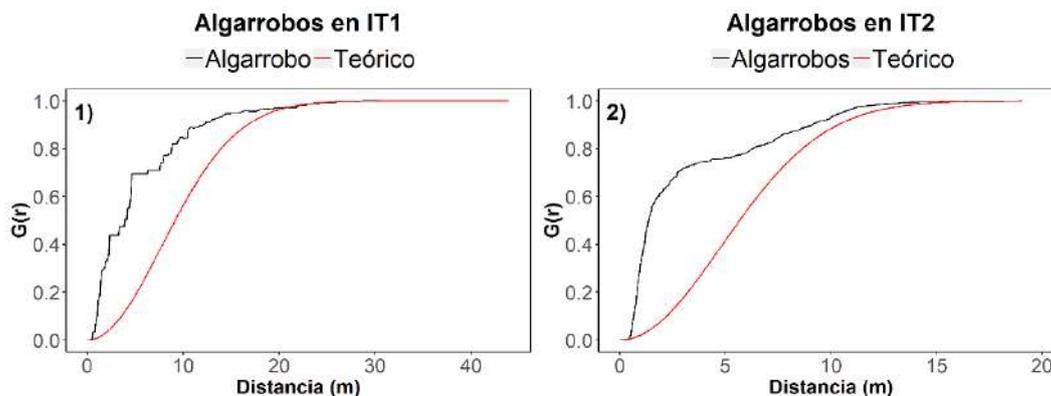


Figura 19. Función G empírica para la distribución de Algarrobo en las parcelas IT1 e IT2
Fuente: Elaboración propia.

2.4.3.4. Función K de Ripley y su envolvente

Este método es el principal argumento para determinar el comportamiento de los puntos. La función K de Ripley para un patrón no homogéneo fue hallada mediante la función programable Kinhom, la cual requiere como datos de entrada el objeto ppp de un patrón de puntos, la función densidad ajustada a los puntos y la elección de la corrección de borde. En cuanto a este último argumento, se tiene la opción de que el investigador ponga la corrección de borde que crea conveniente o que la misma función busque la corrección de borde que mejor se ajuste a los datos. Para este caso se eligió la segunda opción. La representación gráfica de la función Kinhom se muestra en la Figura 20.

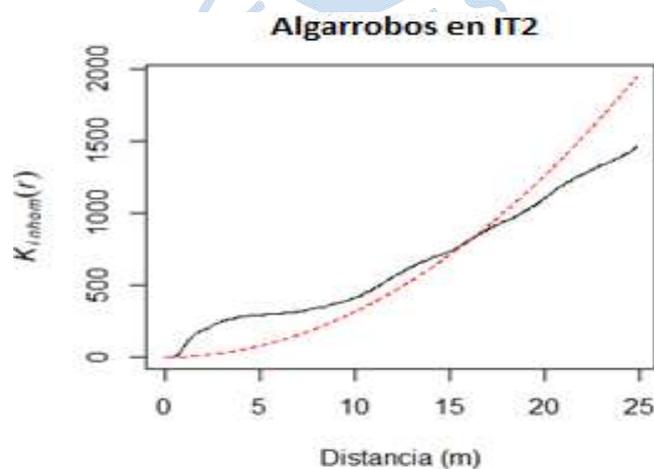


Figura 20. Gráfico de la función K de Ripley no homogéneo
Fuente: Elaboración propia.

Para confirmar si el comportamiento de los puntos están agrupados o se repelen, se simuló patrones de puntos que sigan un modelo nulo, es decir espacios de patrones aleatorios. La función envolvente simula estos patrones a través del test de Montecarlo la cual realiza 99 simulaciones. Además, tiene como datos de entrada al objeto ppp, la función que se quiere simular, que en este caso es Kinhom; y por último la corrección de borde, la cual es elegida por la función. Los resultados de la función Kinhom para los datos del patrón de puntos son restados con los resultados de la función Kinhom para los datos del patrón de puntos simulados. Su gráfica se muestra en la Figura 21. Si la curva de color negro está por encima de la envolvente de simulaciones entonces se trata de un patrón agrupado, si está por debajo se trata de un patrón regular o repulsión y si se encuentra dentro de la envolvente entonces es un patrón aleatorio. Estas afirmaciones son consideradas bajo cierto nivel de significancia que también es calculado por la función envolvente. Para el caso de la Figura 21 el nivel de significancia es de 0.02.

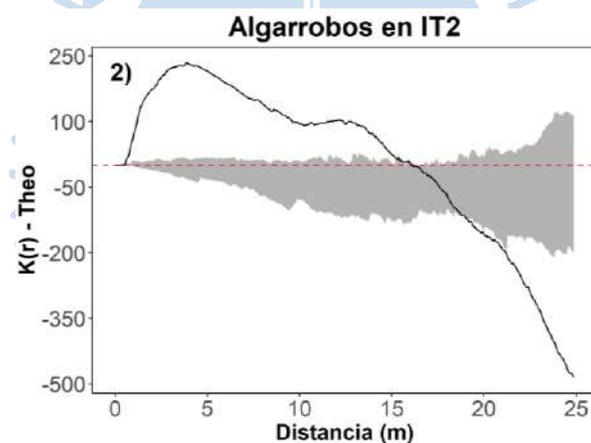


Figura 21. Envolvente de simulaciones para la función Kinhom.
Fuente: Elaboración propia.

2.4.4. Análisis bivalente de la interacción entre especies

El análisis anterior se realizó para cada patrón de puntos, es decir se analizó los patrones de puntos por separado. Para esta parte de la investigación se realizó un análisis de interacción entre dos especies. Si en una parcela existen 3 especies entonces el análisis evaluaba su interacción de dos en dos. Las parcelas que tienen dos o más especies son PI1, PI2, IT1 e IT2 tal como se muestra en la Tabla 4.

La interacción de puntos se evaluó a través de la función Kcross.inhom, la cual analiza la interacción entre dos especies. Esta función requiere como datos de entrada el objeto ppp de

una parcela, los nombres de dos de las especies a las que se va a evaluar su interacción, su ancho de banda y su corrección de borde. En vista de que los patrones de puntos no son homogéneos, la función `Kcross.inhom` calcula la intensidad total variable de la parcela a partir de un ancho de banda. Esta intensidad total es la suma de cada patrón de puntos por especie. Es por eso que la función `Kcross.inhom` pide como dato de entrada el ancho de banda para una parcela que tiene varios tipos de patrones de puntos. Este ancho de banda fue calculado con la función `bw.relrisk`, la cual utiliza la validación cruzada para encontrar el ancho de banda óptimo. El ancho de banda que minimice el cálculo de la validación cruzada es el que debe usarse. En la Figura 22 el ancho de banda óptimo está marcado por la línea de color azul.

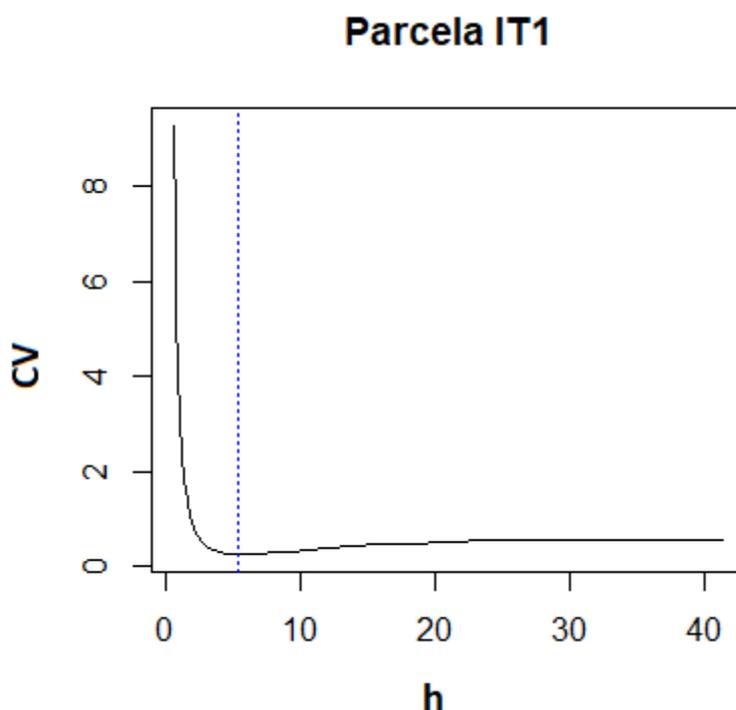


Figura 22. Gráfico del ancho de banda para la una parcela considerando varias especies
Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la corrección de borde la función `Kcross.inhom` tiene la opción de que busque la mejor corrección de borde que se ajuste a los datos. La Figura 23 muestra el resultado de la interacción entre las especies de Algarrobo y Faique. La curva de color negro representa a la interacción de los datos de las parcelas y la curva de color rojo indica la interacción del proceso de Poisson no homogéneo. Si la línea negra está por encima de la línea roja indica agrupación, si está por debajo indica repulsión y si ambas líneas coinciden indican independencia

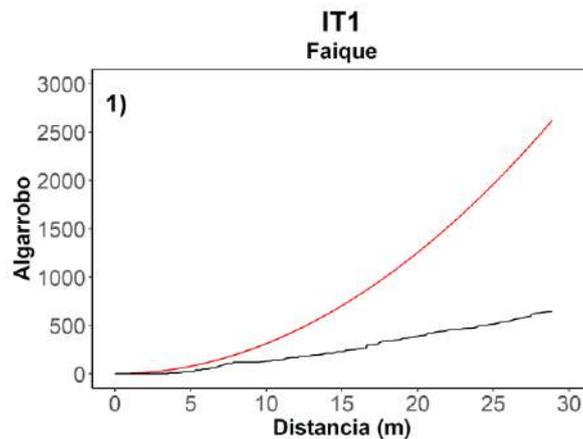


Figura 23. Gráfico de la interacción entre Algarrobo y Faique de la Parcela IT1
Fuente: Elaboración propia.

2.4.5. Análisis bivariante de la interacción de tamaños de Algarrobos

En este análisis se tomó en cuenta los tipos de tamaños de las plántulas de Algarrobo. Para ello se crearon los objetos ppp que tengan el atributo del tamaño de Algarrobo. Las parcelas contienen muchos tipos de tamaño las cuales no todas se tomaron en cuenta debido a la poca cantidad de puntos que se registraron.

La función `Kcross.inhom` puede calcular el grado de interacción, sin embargo, como las parcelas tienen hasta de 5 tipos de tamaño entonces se necesita muchas más líneas de código. En base a esto, existe una forma más sencilla de analizar estos datos, que es a través de la función `alltypes`. Esta función tiene como datos de entrada el objeto ppp; la función que va a estudiar la interacción, que para este caso es la función `Kinhom` o también llamada `K` de Ripley para un patrón de puntos no homogéneo; y por último la corrección de borde que es escogida por la misma función. Los resultados de la función `alltypes` muestran una matriz de imágenes donde se obtuvieron tres tipos de gráficos. En el primer tipo de figura se toma en cuenta solo un rango de tamaño como se muestra en la Figura 24. En el segundo tipo se toma en cuenta dos rangos de tamaño tal como se muestra en la Figura 25 y en el tercer tipo se tomó en cuenta cuatro rangos de tamaño tal como se muestra en la Figura 26. Cabe resaltar en los dos últimos tipos de figuras tienen una sección sombreada. Esa sección basta para interpretar los resultados ya que la sección no sombreada contiene la misma información, es decir los gráficos están presentados como una matriz simétrica.

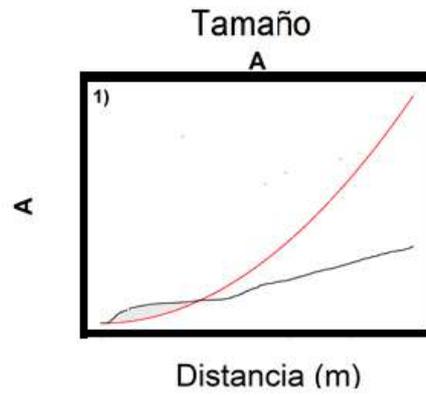


Figura 24. Interacción entre plántulas del mismo rango de tamaños
Fuente: Elaboración propia.

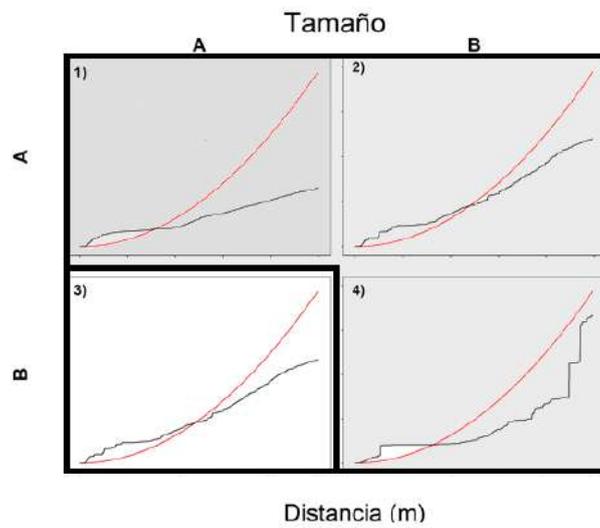


Figura 25. Interacción entre plántulas de dos rangos de tamaños
Fuente: Elaboración propia.

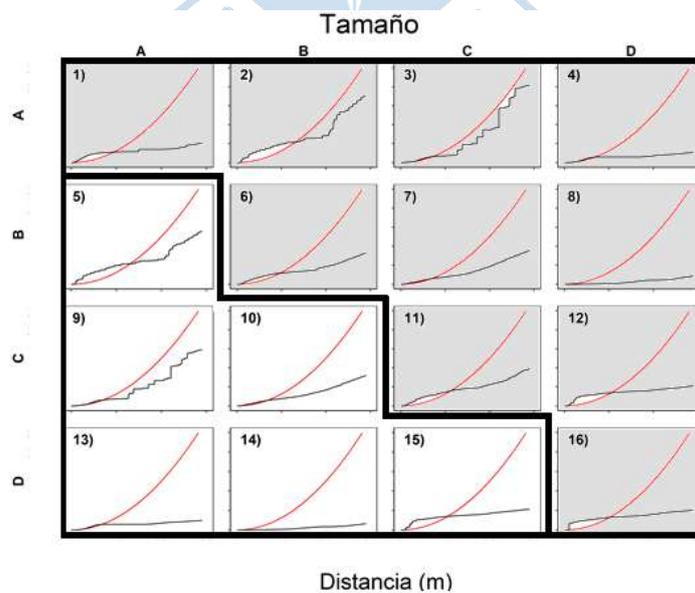


Figura 26. Interacción entre plántulas de cuatro rangos de tamaños
Fuente: Elaboración propia.

La función alltypes no se pudo aplicar en la parcela NW2, ya que se obtenían gráficos incoherentes que no guardaban relación alguna con la distribución de las plántulas. Para este caso se usó la función Kcross.inhom que fue aplicado escogiendo de par en par los tamaños para analizar su interacción.

2.4.6. ANOVA de los tamaños de plántulas

EL análisis de esta sección pretende encontrar si el tamaño de las plántulas depende de dos factores: La población a la que pertenecen y el tipo de especie que es. Para llevarlo a cabo se tomaron en cuenta todos los registros de las plántulas de todas las parcelas sin despreciar a ninguna especie por tener poca cantidad. En total se observaron cinco especies: Algarrobo, Faique, Sapote, Overo y Vichayo. Además, se consideran a las siguientes poblaciones: Ignacio Távara (IT), Ñapique seco (ND), Ñapique húmedo (NW), Piura (PI) y Rinconada (RI).

Por otro lado, como se ha mencionado anteriormente existen 5 tipos de tamaños de plántulas: A, B, C, D y E. Entonces para hacer posible el ANOVA se cuantificaron dichos tipos, teniendo como criterio que el número que representa a cada letra es el tamaño máximo del rango que abarca. Por ejemplo, el tipo A representa al rango de tamaños menores de 5 cm, entonces el número que representa a este rango es 5 cm.

El total de los datos se ordenó con su ubicación, su especie y el tamaño de la plántula. La Tabla 6 muestra los 10 primeros registros de los datos totales.

Tabla 6. Diez primeros registros de la data total de plántulas

POBLACION	ESPECIE	SIZE (cm)
IT	Algarrobo	5
IT	Algarrobo	20
IT	Algarrobo	40

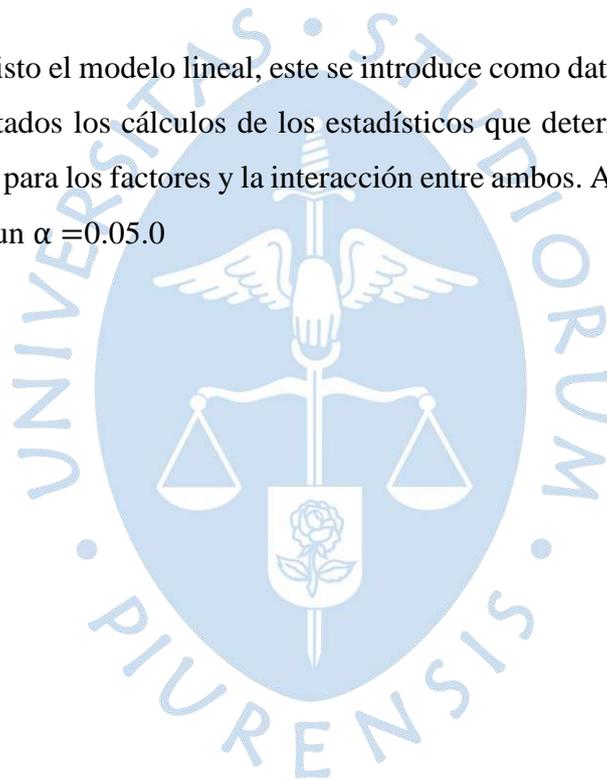
Fuente: Elaboración propia.

Para realizar el análisis de varianza de dos factores se creó previamente un modelo lineal que explicara el tamaño de las plántulas (37). Además, se planteó que los factores fueran las especies y las poblaciones.

$$Tamaños = Especie + Población + Especie * Población \quad (37)$$

La variable especie y población explican su influencia sobre el tamaño por separado, mientras que la multiplicación explica si la interacción entre especie y población influyen en el tamaño. Para crear un modelo lineal en R studio se utiliza la función `lm`, que necesita como datos de entrada el modelo lineal que se quiere crear y los registros de las plántulas.

Luego de tener listo el modelo lineal, este se introduce como dato en la función `ANOVA`, la cual da como resultados los cálculos de los estadísticos que determinan si se aceptan o se rechazan las Hipótesis para los factores y la interacción entre ambos. Además, se tuvo en cuenta que el análisis utilizó un $\alpha = 0.05.0$





Capítulo 3

Resultados

En este capítulo se da a conocer toda la información obtenida luego de que se aplicaron las funciones del paquete Spatstat de R. Para ello, previamente se crearon los objetos ppp que son la representación de los patrones de puntos en un plano de dos dimensiones. Estas gráficas se muestran en el



Anexo I.

Los resultados que se exponen son: (a) del análisis de la interacción entre plántulas según la especie, (b) el análisis de interacción entre plántulas de Algarrobo según los tamaños y (c) el análisis de la influencia de la especie y la población sobre el tamaño de las plántulas.

3.1. Interacción entre plántulas de la misma especie

Esta interacción permite conocer si las plántulas de la misma especie están agrupadas o se repelen. El estudio sirve para responder al primer objetivo. Para ello es necesario observar cómo se distribuyen los puntos en el área y demostrar si su intensidad de puntos es homogénea o va cambiando a lo largo del área. Luego de tener claro el comportamiento de intensidad de los puntos, se aplican la función G y la función K para determinar si los puntos se agrupan, se repelen o están distribuidos aleatoriamente.

3.1.1. Intensidad de puntos por especie con estimador constante.

En primer lugar, se realiza la prueba de homogeneidad o variabilidad de la intensidad, cuyo análisis es la base para determinar efectos de facilitación y competencia.

Según el número de cuadrantes que fueron escogidos de acuerdo al número de árboles que hay en cada parcela, la esperanza de árboles varía entre 5.5 y 10.5 por cuadrante. Estas medias son usadas para el cálculo del chi cuadrado. En la Tabla 7 la parcela ND1 tiene una cantidad alta de Algarrobos y su chi cuadrado es mayor que el resto. Esto es porque sus plántulas están muy concentradas en ciertas zonas. En base a esto se puede decir que las parcelas que tienen una concentración alta de puntos en zonas específicas, el chi cuadrado es mayor. Es por eso que la Tabla 7 está ordenada de mayor a menor según su chi cuadrado, para observar las parcelas que tienen mayor concentración de puntos.

Tabla 7. Cálculo del Chi cuadrado

Parcela	Especie	Cantidad	Media por cuadrante	Cuadrantes	Grados de libertad	Chi cuadrado
ND1	Algarrobo	468	5.78	81	80	4531.85
PI2	Algarrobo	490	6.05	81	80	324.63
PI2	Faique	308	6.29	49	48	180.73
IT2	Faique	207	5.75	36	35	159.43

IT2	Algarrobo	117	7.31	16	15	128.74
PI2	Sapote	89	5.56	16	15	72.98
PI1	Sapote	22	5.50	4	3	58.36
RI2	Algarrobo	54	6.11	9	8	54.80
NW2	Algarrobo	70	7.78	9	8	54.20
ND2	Algarrobo	66	7.33	9	8	42.55
PI1	Faique	27	6.75	4	3	37.74
IT1	Faique	76	8.44	9	8	25.61
PI1	Algarrobo	38	9.50	4	3	16.95
IT1	Algarrobo	26	6.50	4	3	6.62
RI1	Algarrobo	42	10.50	4	3	1.81

Fuente: Elaboración propia.

Después del cálculo del chi cuadrado se realizaron los dos test de Hipótesis sobre aceptación o negación de regularidad, que están resumidos en la Tabla 8. En el primer test, sobre agrupamiento de puntos, mostró que siguen esta tendencia, con un alto nivel de significancia, lo que supone que el tercer test de Hipótesis sobre regularidad sea completamente rechazado. Sin embargo, existen dos muestras que rechazan los supuestos de regularidad y agrupamiento, que son los Algarrobos en IT1 y RI1. Es decir, el comportamiento de estos patrones de puntos, bajo este tipo de análisis, es aleatorio.

Tabla 8. Resultados de las pruebas de hipótesis

Parcela	Especie	P_value		Resultado	
		Agrupamiento	Regularidad	Agrupamiento	Regularidad
IT1	Algarrobo	0.08522142	0.91477858	No	No
IT1	Faique	0.00122668	0.99877332	Si	No
IT2	Algarrobo	3.75E-20	1	Si	No
IT2	Faique	8.34E-18	1	Si	No
ND1	Algarrobo	0	1	Si	No
ND2	Algarrobo	1.07E-06	0.99999893	Si	No
NW2	Algarrobo	6.31E-09	0.99999999	Si	No
PI1	Algarrobo	0.00072458	0.99927542	Si	No
PI1	Faique	3.21E-08	0.99999997	Si	No
PI1	Sapote	1.31E-12	1	Si	No
PI2	Algarrobo	3.31E-31	1	Si	No
PI2	Faique	2.86E-17	1	Si	No
PI2	Sapote	1.31E-09	1	Si	No
RI1	Algarrobo	0.61286464	0.38713536	No	No
RI2	Algarrobo	4.83E-09	1	Si	No

Fuente: Elaboración propia.

3.1.2. Intensidad de puntos por especie con estimador variable.

Las intensidades en todas las parcelas varían mucho porque el crecimiento de las plántulas no es homogéneo en toda área de estudio. En la Tabla 9 se presenta el rango de variación de las intensidades para cada parcela, además de estar ordenada de mayor a menor según la intensidad máxima alcanzada. Cabe resaltar que las curvas de nivel de intensidad de puntos de todas las parcelas se encuentran el Anexo 2.

Tabla 9. Rango de intensidades en cada muestra

Parcela	Especies	Cantidad	Mínima Intensidad	Máxima Intensidad
ND1	Algarrobo	468	0.2	3.6
IT2	Algarrobo	117	0.005	0.65
RI1	Algarrobo	42	0.02	0.32
RI2	Algarrobo	54	0.02	0.3
NW2	Algarrobo	70	0.01	0.21
PI2	Algarrobo	490	0.01	0.15
ND2	Algarrobo	66	0.005	0.105
IT2	Faique	207	0.005	0.1
PI2	Faique	308	0.005	0.085
IT1	Algarrobo	26	0.005	0.07
PI1	Algarrobo	38	0.005	0.05
PI2	Sapote	89	0.005	0.05
IT1	Faique	76	0.005	0.045

PI1	Faique	27	0.002	0.024
PI1	Sapote	22	0.001	0.019

Fuente: Elaboración propia.

El más alto valor de intensidad lo tiene ND1, que solo contiene Algarrobos. Aquí los puntos se encuentran muy agrupados entre sí y tiene una intensidad máxima de 3.6, que es la más alta de la Tabla 9. Luego la mayoría de las parcelas con concentraciones de Algarrobo son mayores que otras muestras de otras especies, porque la mayor parte de su área carece de plántulas de esta especie y aparecen de manera aglomerada en subáreas pequeñas.

Cabe resaltar que si existe un número reducido de plántulas y las distancias entre ellas son cortas, el cálculo del estimador arrojará intensidades más concentradas a causa de la cercanía. De manera opuesta, si otra parcela que contiene mayor número de plántulas, pero separadas por distancias más grandes, la intensidad será menor. Esto es lo que ocurre en varias parcelas como por ejemplo la parcela IT2, que contiene Algarrobos y Faiques representados con 36 % y 64% respectivamente de la cantidad total de plántulas en esa parcela. A pesar de que la proporción de Faiques es mayor, presenta intensidades más bajas que las de Algarrobos, debido a que se encuentran más distanciados entre ellos.

3.1.3. Método de la función G

Análisis de plántulas de Algarrobo

A continuación, se presentan en la Figura 27 los resultados para la interacción entre Algarrobos según el enfoque de la función de distribución acumulativa al vecino más cercano.

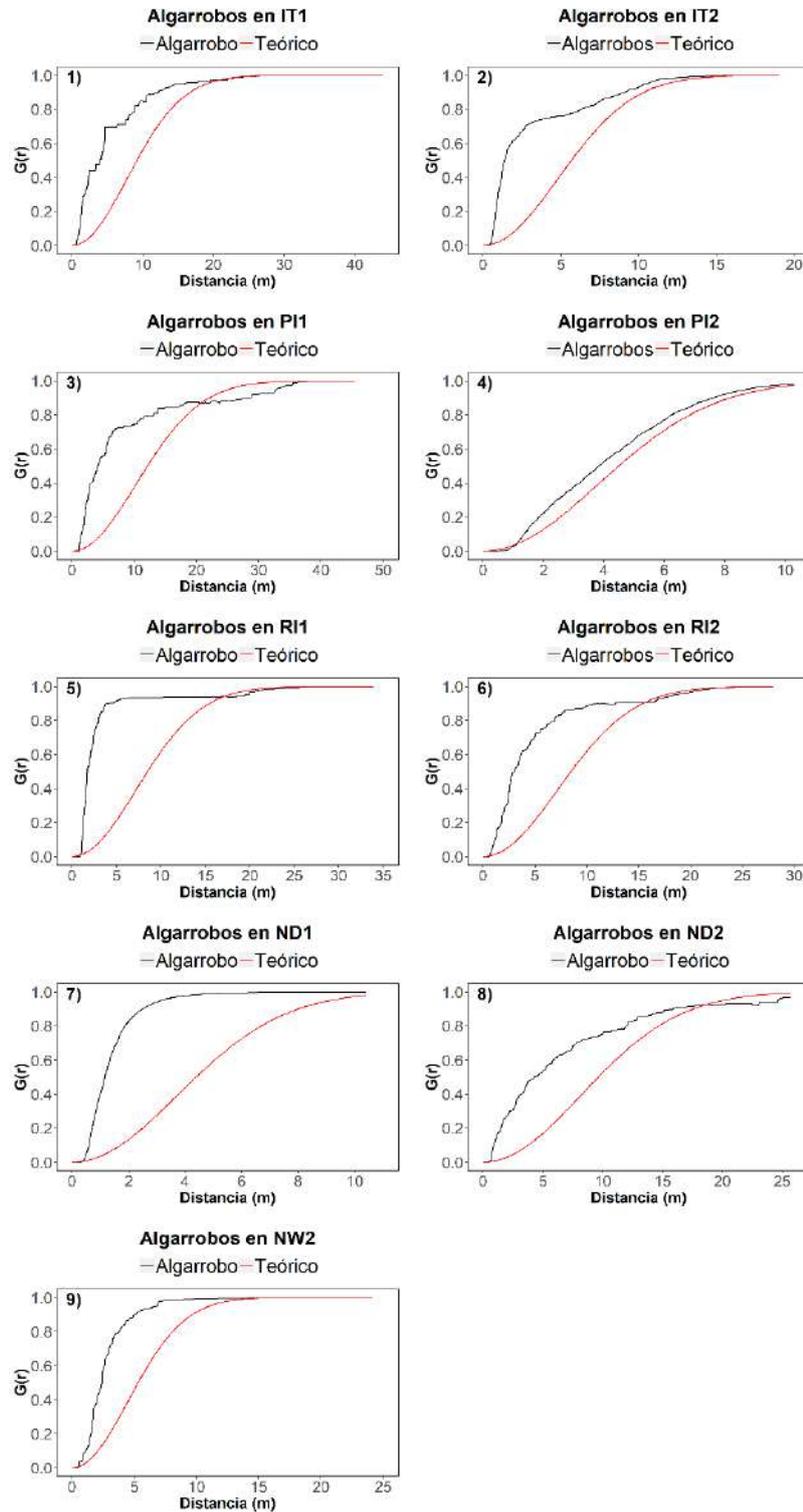


Figura 27. Resultados de la interacción entre Algarrobo bajo el enfoque del análisis de la función G.

Fuente: Elaboración propia.

En las parcelas de Ignacio Távora (IT1) en la Figura 27, los Algarrobo reflejan agrupamiento en distancias menores a 20 m, mientras que en la parcela IT2 existe un agrupamiento en distancias menores a 15 m.

En las parcelas de Piura en la Figura 27, los datos de PI1 generan una curva empírica que está por encima de la curva teórica, es decir que las plántulas se agrupan en distancias menores a 20 m. En cambio, los datos de PI2 generan una curva empírica que sigue la misma tendencia que la curva teórica, y están muy aproximadas y es por eso que no se puede afirmar que sigue un agrupamiento a pesar de que la curva empírica este por encima de la curva teórica.

En las parcelas de Rinconada en la Figura 27, los datos también muestran agrupamiento tanto en RI1 como en RI2 y sobre todo en distancias menores a 15 m.

En cuanto a la zona de Ñapique en la Figura 27, la parcela ND1 a comparación de las demás, muestra la mayor separación entre curvas empírica y teórica, es decir que existe un claro agrupamiento de Algarrobos en distancias menores a 9 m. La parcela ND2 también muestra un agrupamiento hasta distancias menores a los 20 m y luego se aproxima mucho a la curva teórica. Por último, está la parcela NW2 que también muestra un agrupamiento en distancias menores a 10 m.

Análisis de plántulas de Faique

A continuación, se muestra en la Figura 28 la interacción entre Faiques bajo la función de distribución acumulativa al vecino más cercano.

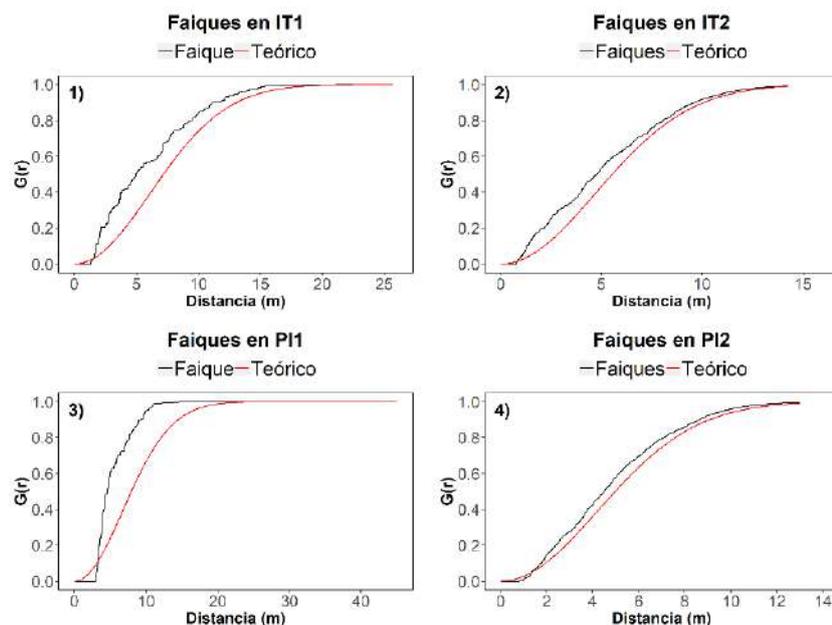


Figura 28. Resultados de la interacción entre Faiques bajo el enfoque del análisis de la función G.

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 28, las parcelas que contienen Faiques como lo son IT1, IT2, PI1 y PI2, arrojan gráficas donde las curvas empíricas, a pesar de que están por encima de sus curvas teóricas, se encuentran muy aproximadas y tienen a seguir el mismo patrón. IT1 y PI1 tienen una pequeña separación, ambas en distancias menores a 15 m. Mientras que las curvas empíricas de IT2 y PI2 son muy similares a sus curvas teóricas.

Análisis de plántulas de Sapotes

A continuación, se muestra en la Figura 29 la interacción entre Sapotes bajo la función de distribución acumulativa al vecino más cercano.

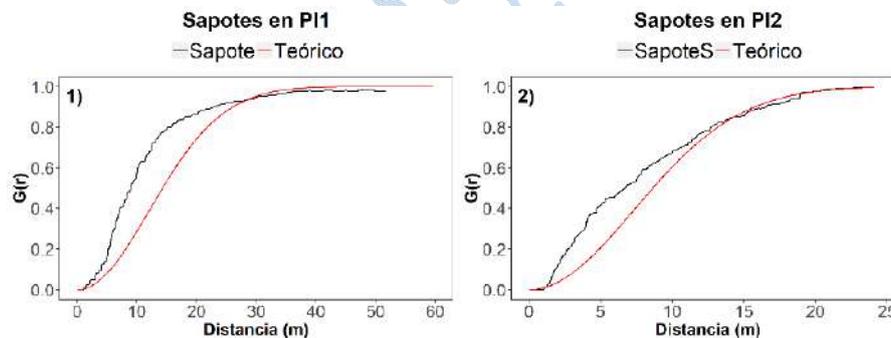


Figura 29. Resultados de la interacción entre Sapotes bajo el enfoque del análisis de la función G.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 29, los Sapotes de PI1 y PI2 tienen un comportamiento similar los Faiques antes mencionados. Las curvas empíricas están ligeramente por encima de sus curvas teóricas en distancias menores a 25 m y 12 m para PI1 y PI2 respectivamente, pero en distancias mayores las curvas coinciden

3.1.4. Método de la función K

Análisis de plántulas de Algarrobos

La Figura 30 muestra los resultados para la interacción entre plántulas de Algarrobos según el enfoque de la función K de Ripley y su envolvente de simulaciones aleatorias.

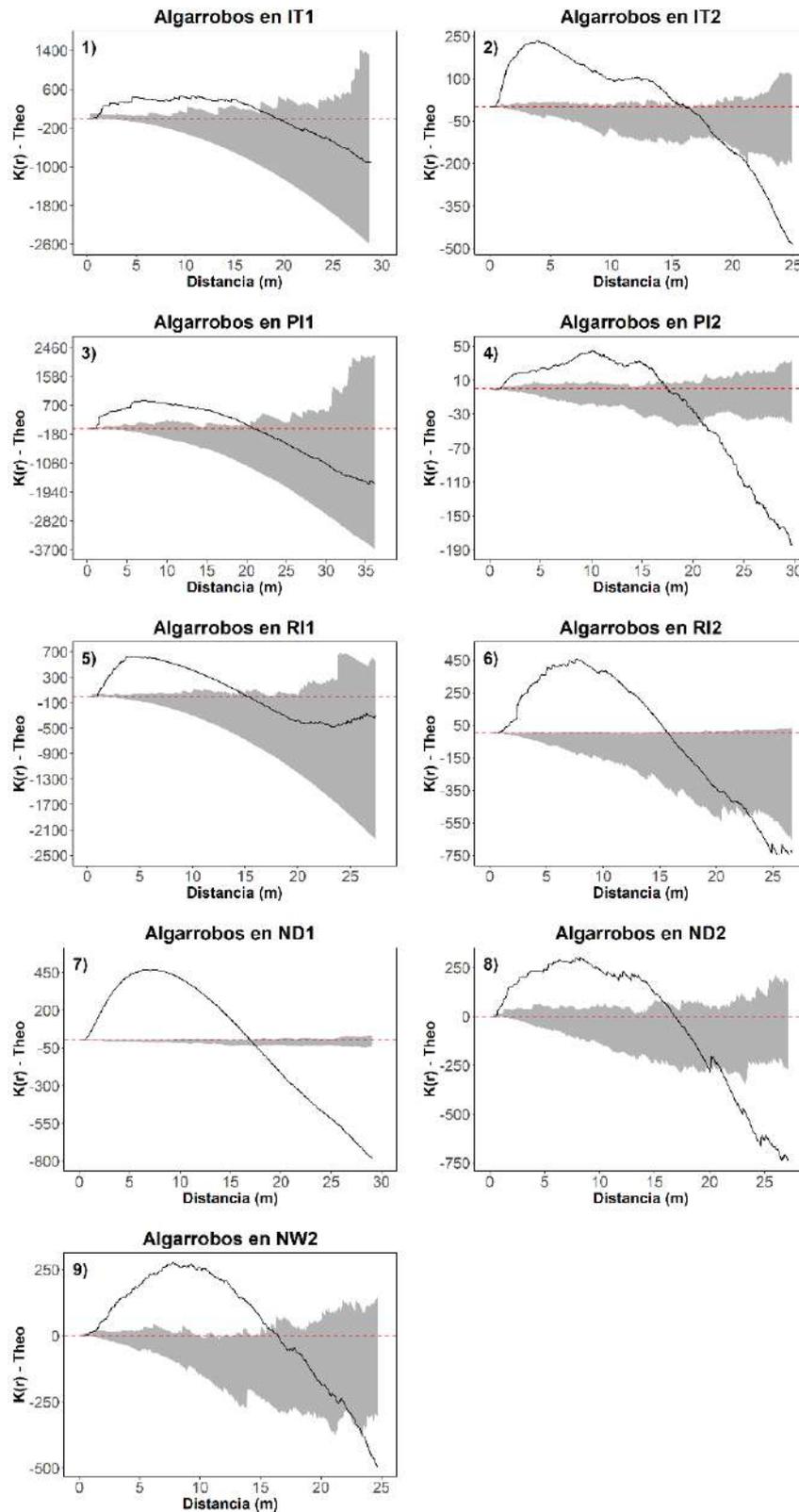


Figura 30. Resultados de la interacción entre plántulas de Algarrobo bajo el enfoque de la función K de Ripley
Fuente: Elaboración propia.

En Ignacio Távara en la Figura 30, IT1 tiene agrupamiento en distancias menores a 20 m y luego la curva cae dentro de la envolvente de simulación. En IT2, el agrupamiento se encuentra en distancias menores a 15 m, luego cae dentro de la simulación y cuando las distancias son mayores a 20 m tiene un patrón de regularidad.

En las parcelas de Piura en la Figura 30, PI1 tiene agrupamiento en distancias menores a 20 m y luego la curva se introduce dentro de la envolvente estimada. Las plántulas de PI2 tiene un agrupamiento en distancias menores a 15 m aproximadamente, luego la curva se introduce en el sobre de simulación y después de los 20 m los datos son regulares.

Para Rinconada en la Figura 30, RI1 las plántulas se agrupan hasta antes de los 15 m y luego la curva cae dentro de su envolvente simulada. En RI2 las plántulas se agrupan antes de los 15 m, la curva entra dentro del rango de la envolvente hasta aproximadamente los 22 m y luego los datos tienen un patrón de regularidad.

En Ñapique, la parcela en la Figura 30, ND1 tiene la envolvente más delgada de todas las parcelas y esto se debe a su notable agrupamiento en distancias menores a 15 m y un comportamiento de regularidad en distancias mayores. ND2, tiene un agrupamiento en distancias menores a 15 m, luego la curva pasa por las simulaciones de la envolvente y en distancias mayores a 20 m las plántulas se comportan de forma regular. Finalmente, NW2 también muestra agrupamiento en distancias menores a 15 m, luego la curva cae en la envolvente y después en distancias mayores a 22 m los datos son regulares.

Análisis de plántulas de Faiques

A continuación, se presenta en la Figura 31 los resultados para la interacción entre plántulas de Algarrobos según el enfoque de la función K de Ripley y su envolvente de simulaciones aleatorias.

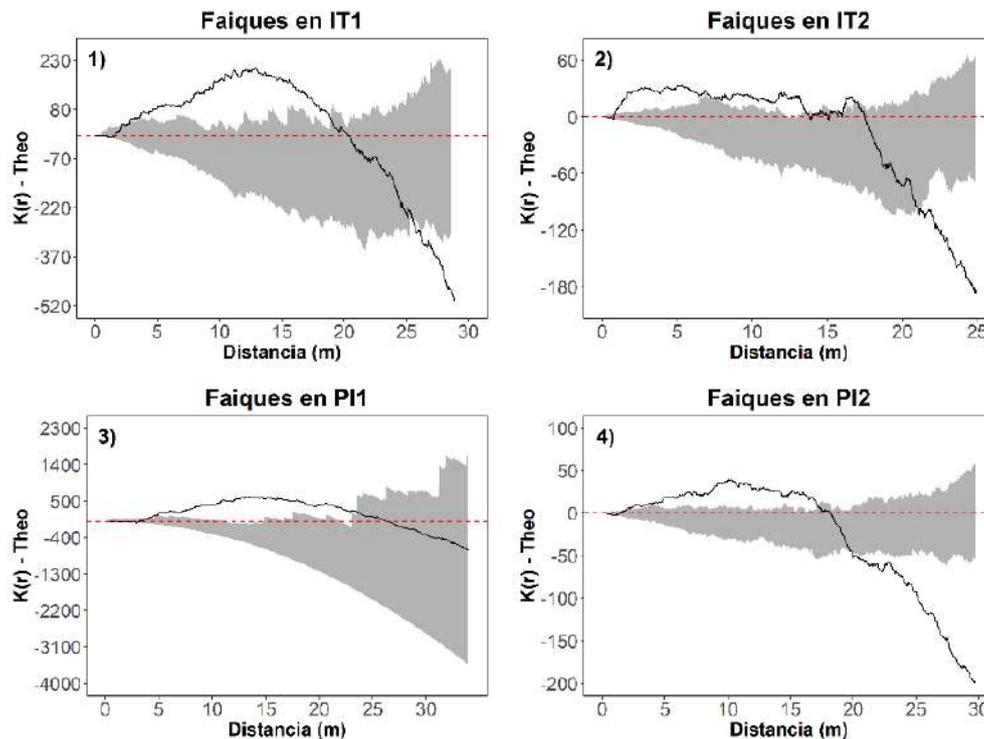


Figura 31. Resultados de la interacción entre plántulas de Faiques bajo el enfoque de la función K de Ripley
Fuente: Elaboración propia.

La Figura 31, Ignacio Távara, cuyas muestras son IT1 e IT2, los datos muestran un comportamiento de agrupación hasta antes de los 20 m y 15 m respectivamente. Mientras que el patrón de regularidad es visible a partir de distancias mayores a 25 m para IT1 y en distancias mayores a 20 m para IT2. Para el caso de Piura, PI1 y PI2 tienen una agrupación en distancias menores a 15 m y 17 m respectivamente. En PI1 después de los 15 m la curva ingresa en la envolvente y permanece ahí, mientras que en PI2 la curva ingresa en la envolvente y permanece ahí hasta los 20 m, luego en distancias mayores a 20 las plántulas se comportan de forma regular.

Análisis de plántulas de Sapotes

A continuación, se presenta en la Figura 32 los resultados para la interacción entre plántulas de Sapotes según el enfoque de la función K de Ripley y su envolvente de simulaciones aleatorias.

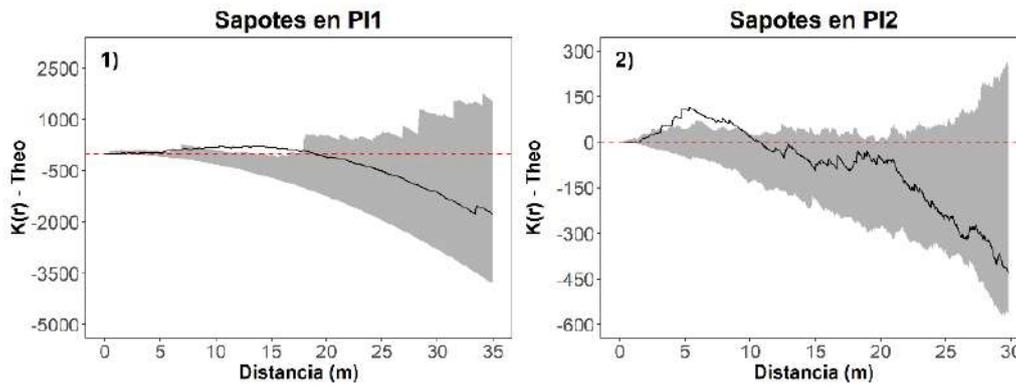


Figura 32. Resultados de la interacción entre plántulas de Sapotes bajo el enfoque de la función K de Ripley

Fuente: Elaboración propia.

Los Sapotes presentes en las parcelas de Piura muestran una leve agrupación. Para PI1 la agrupación está entre 7 m y 17 m, y para PI2 la agrupación está entre los 4 m y 8 m. Fuera de estos rangos los patrones de las plántulas caen dentro del rango de sus envolventes.

3.2. Interacción entre diferentes especies.

La interacción entre plántulas de diferentes especies se muestra en la Figura 33.



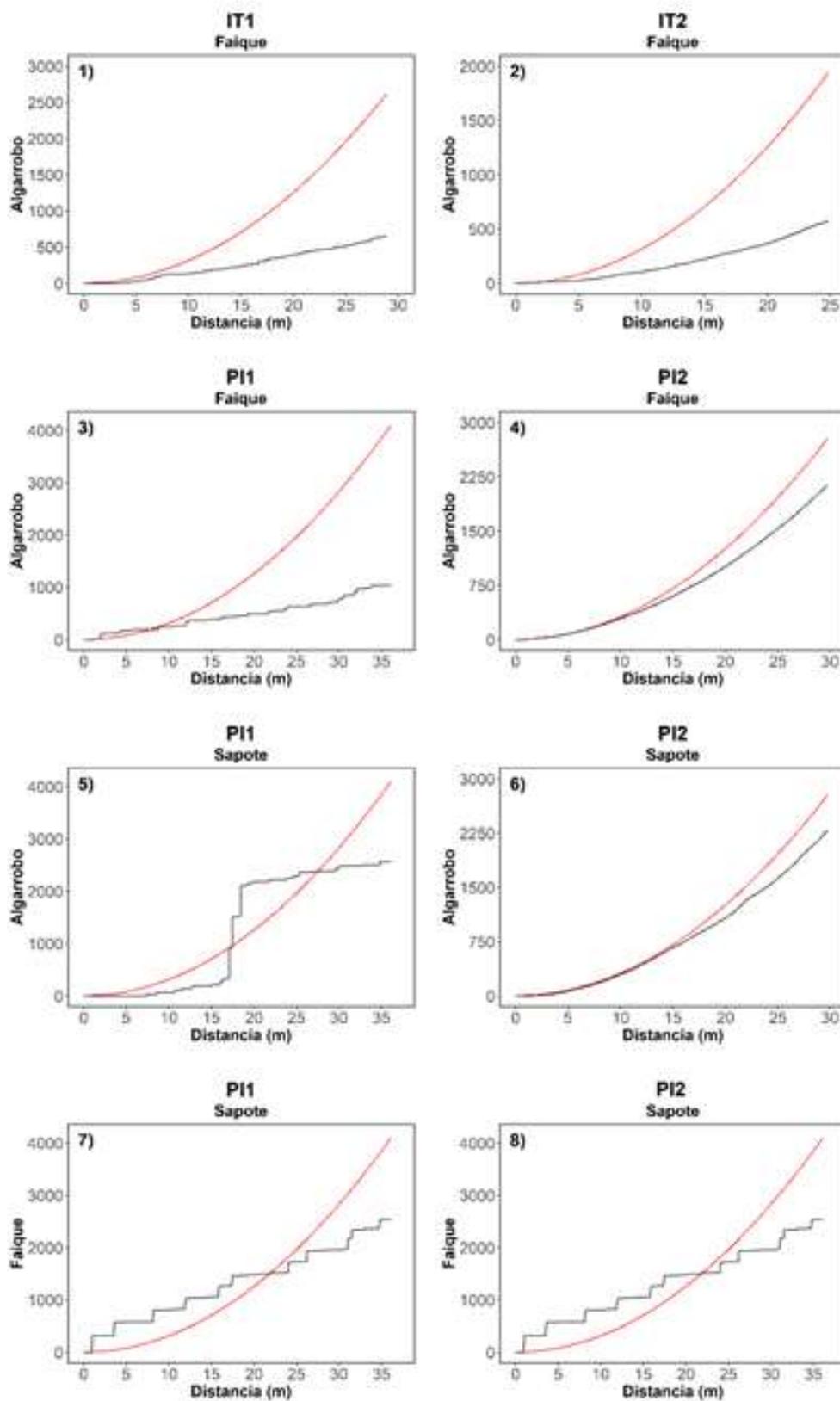


Figura 33. Interacción entre plántulas de diferentes especies por medio de la función K bivalente
Fuente: Elaboración propia.

Para analizar la interacción entre distintas especies se usaron las parcelas de Ignacio Távora y Piura que tienen entre dos y tres especies distintas, con cantidades considerables. Las parcelas IT1 e IT2 indican que entre especies de Algarrobos y Faiques existen un patrón de regularidad, es decir que se repelen entre ambas. La parcela PI1 tiene un pequeño rango de agrupamiento entre Algarrobos y Faiques en distancias menores a 5 m, y luego se repelen. En cuanto a la relación de los Algarrobos y Sapotes existe una agrupación en distancias menores a 20 m y luego pasan a tener un patrón regular. Finalmente, en la parcela PI2 las curvas de interacción entre Algarrobos y Faiques, y Algarrobos y Sapotes, se encuentra muy aproximadas. Según el método utilizado significa una relación de aleatoriedad, cuando coinciden, y regularidad cuando la curva de interacción está por debajo de la curva roja. Esto se debe a que existen muchas plántulas aglomeradas de las tres especies, las cuales según los resultados tienen un comportamiento de regularidad.

3.3. Interacción entre plántulas de Algarrobos según su tamaño

Los resultados anteriores mostraron que los Algarrobos se suelen agrupar, razón por lo cual también se analizó la interacción que existe entre plántulas de Algarrobo según su tamaño. Para este análisis se utilizaron las parcelas IT2, ND1, ND2, NW2, PI1, PI2, RI1 y RI2. Cabe resaltar que las letras representan rangos de tamaños de las plántulas. El tipo A abarca de 0 cm a 5 cm, el tipo B abarca de 6 cm a 20 cm, el tipo C abarca de 21 cm a 40 cm, el tipo D abarca de 41 cm a 60 cm y el tipo E abarca de 61 cm a 100 cm.

En parcela IT2 se estudió los tamaños del tipo A y B tal como se observa en la Figura 34. De la misma Figura 34, en 1) la interacción entre las plántulas del tipo A muestra una ligera agrupación en distancias menores cinco m y luego se repelen. En 2) la interacción entre las plántulas del tipo A y del tipo B también se agrupan ligeramente en distancias menores a 10 m. En 4) la interacción entre plántulas del tipo B, al igual que el tipo A, existe una pequeña agrupación en distancias menores a 5 m.

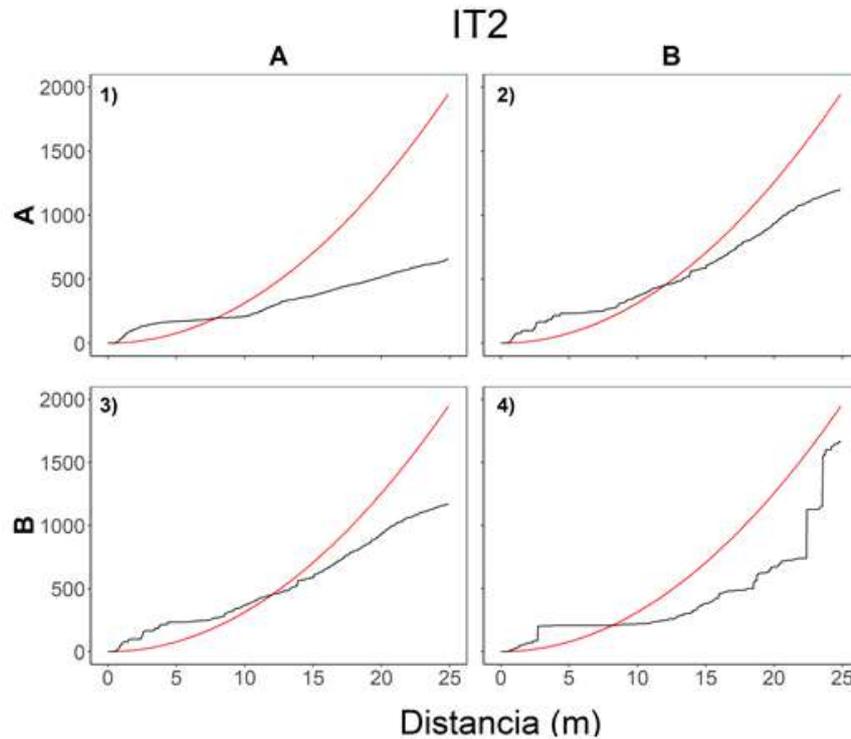


Figura 34. Interacción entre plántulas de Algarrobo según su tamaño para la parcela IT2
Fuente: Elaboración propia.

En la parcela ND1 se estudió las plántulas del tipo A, B, C y D tal como se muestra en la Figura 35. Aquí se muestra la interacción entre las plántulas del tipo A, B, C y D (mostradas en los gráficos 1), 6), 11) y 16) de la Figura 35, respectivamente), tienen una ligera agrupación en distancias menores a 10 m y luego muestran un patrón regular. La interacción entre los tipos A y B (gráfico 2) de la Figura 35), y C y D también se agrupan en distancias menores que 10 m. La interacción entre los tipos A y C (gráfico 3) de la Figura 35) presenta un patrón aleatorio hasta antes de los 10 m y luego tiene un patrón de regularidad. Además, A y D (gráfico 4) de la Figura 35), B y C (gráfico 7) de la Figura 35), B y D (gráfico 8) de la Figura 35) tienen patrones regulares para todas las distancias.

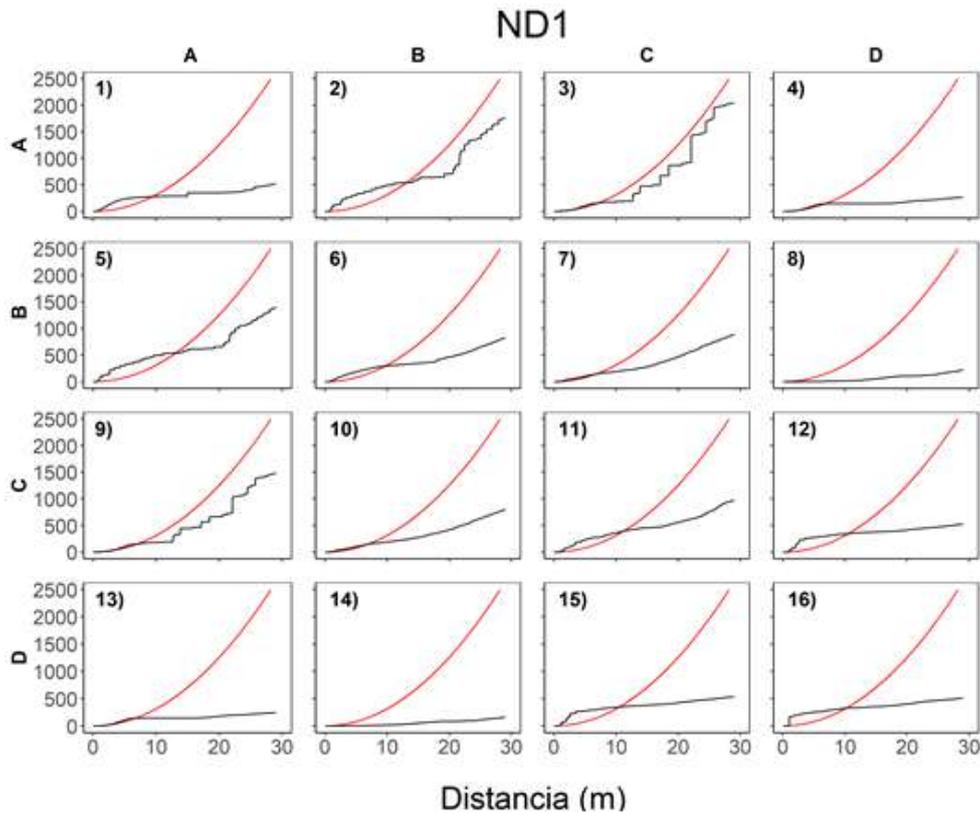


Figura 35. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la parcela ND1

Fuente: Elaboración propia.

En parcela ND2 se estudió las plántulas del tipo B y C tal como se observa en la Figura 36. La interacción entre las plántulas del tipo B (gráfico 1) de la Figura 36), y, entre los tipos B y C (gráfico 2) de la Figura 36) Existe una ligera agrupación en distancias menores a 10 m. Mientras que la relación entre plántulas del tipo C (gráfico 4) de la Figura 36) comienza con un patrón muy cercano al aleatorio y luego en distancias mayores a los 5 m se comportan de manera regular, sin embargo, en el rango de distancias de 20 m y 25 m la curva de interacción tiene pequeños saltos entre las zonas de agrupación y regularidad.

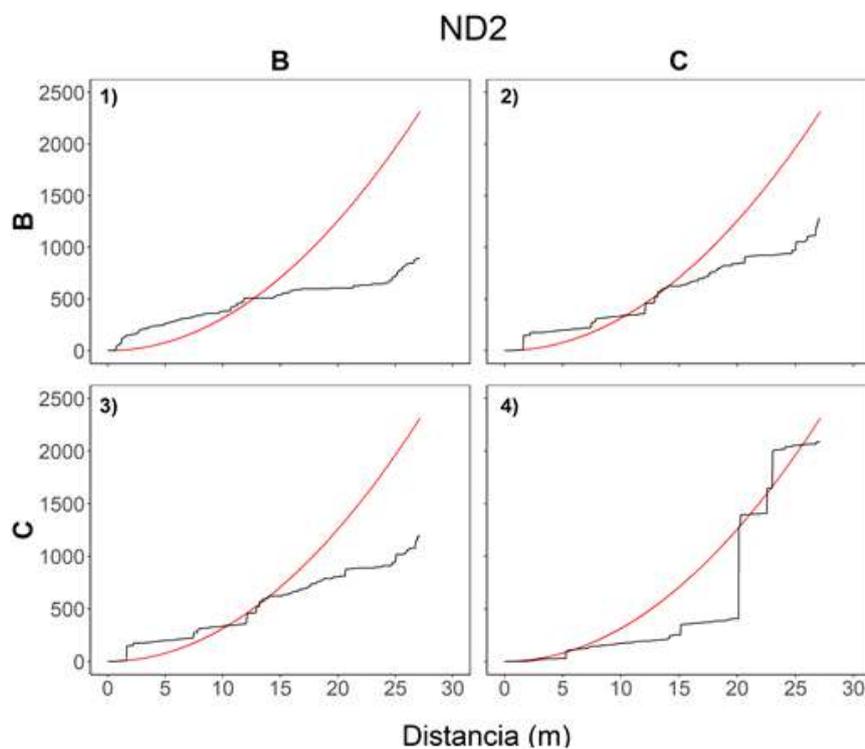


Figura 36. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la parcela ND2
Fuente: Elaboración propia.

En la parcela NW2 se estudiaron las plántulas del tipo A y del tipo B mostradas en la Figura 37. La interacción entre los del tipo A (gráfico 1) de la Figura 37), y entre los tipos A y B (gráfico 2) de la Figura 37) presentan un claro comportamiento de agrupación en todo el rango de distancias. Mientras que la relación entre las plántulas del tipo B se agrupan en distancias menores que 20 m y luego se comportan de forma regular.

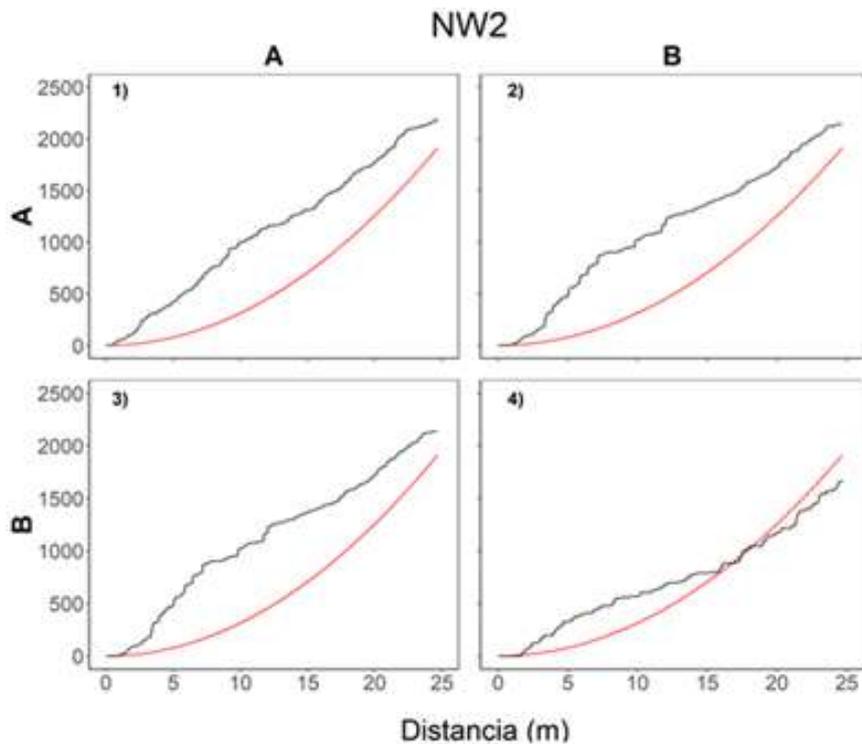


Figura 37. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la parcela NW2
Fuente: Elaboración propia.

En la parcela PI1 solo se tomó en cuenta las plántulas de tipo B. En la Figura 38 se observa una agrupación en distancias menores a 15 m, y luego se existe un comportamiento de regularidad.

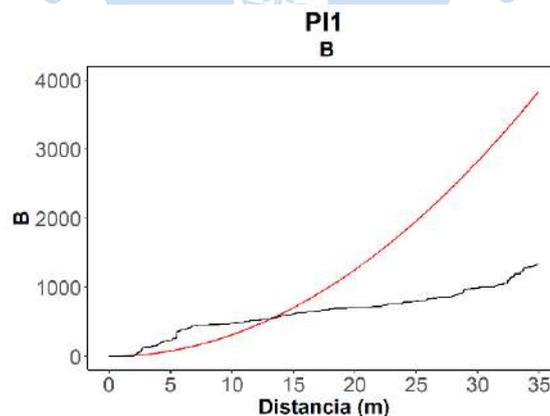


Figura 38. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la parcela PI1
Fuente: Elaboración propia.

En la parcela PI2, se estudió las plántulas del tipo B, C, D, y E como se muestra en la Figura 39. En este caso solo la relación entre plántulas del tipo B (1)) se agrupan levemente en distancias menores a 15 m. Mientras que el resto de las interacciones entre los tipos C, D, E, B

y C, B y D, B y E, C y D, C y E, D y E tienen un patrón aleatorio antes de los 10 m y luego se comportan de forma regular.

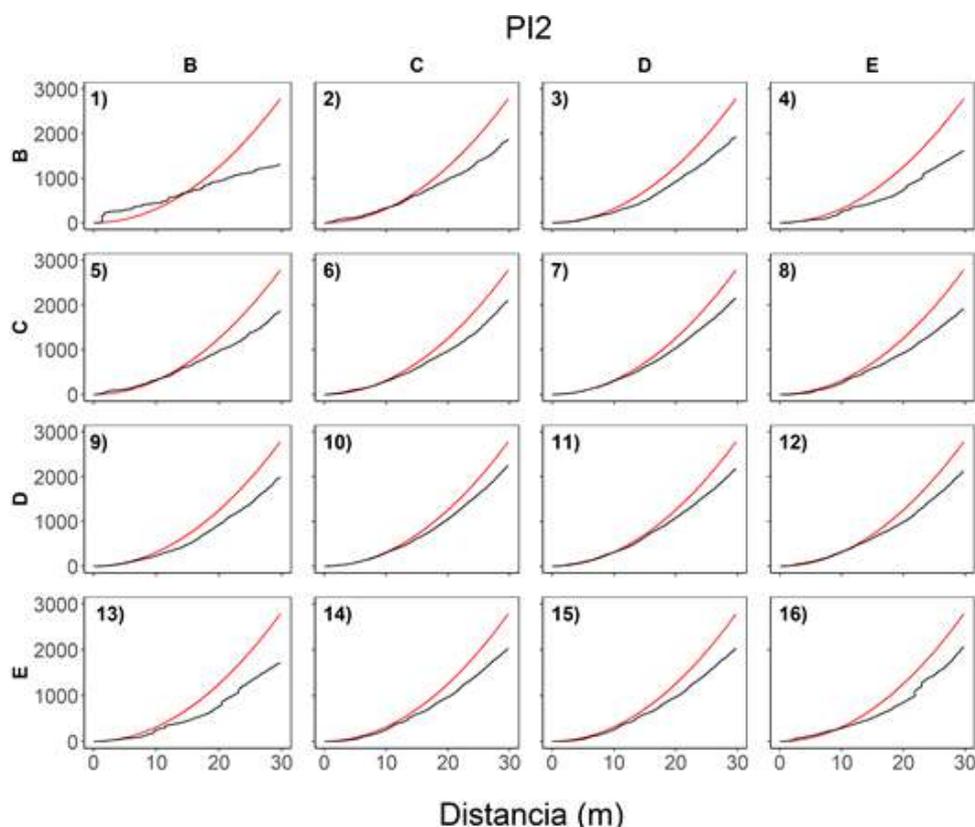


Figura 39. Interacción entre plántulas de Algarrobo según sus tamaños para la parcela IT2

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, en la Figura 40 se encuentran las muestras de Rinconada, RI1 y RI1, donde solo se tomó en cuenta los tamaños de tipo B. Para ambas parcelas la interacción entre las plántulas tiene un patrón de agrupamiento aproximadamente hasta distancias menores a 10 m y luego se comportan de forma regular.

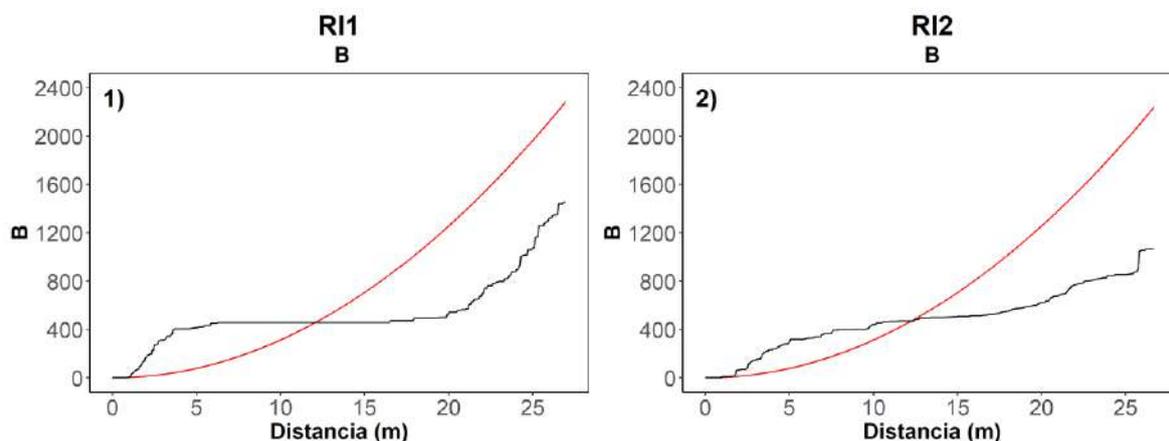


Figura 40. Interacción entre plántulas de Algarrobo según los tamaños para las parcelas RI1 y RI2
Fuente: Elaboración propia.

3.4. Influencia de la especie y la población sobre los tamaños de las plántulas

La Tabla 10 muestra las medias de los tamaños por población y por especie. Aquí se puede observar que las medias para cada nivel de los factores son muy diferentes en su mayoría. Por ejemplo, la media de tamaños de Algarrobos es de 30.4 cm, mientras que la media de tamaños de Sapotes es de 54.4 cm. De la misma ocurre con la media de tamaños de IT que es de 25.9 cm, mientras que la media de tamaños de ND es de 16 cm. Sin embargo, también existen medias aproximadas como es el caso entre las medias de Faiques y Overos que contienen 48.2 cm y 48 cm respectivamente.

Tabla 10. Medias de los tamaños de algarrobo clasificados por los niveles de cada factor.

Niveles	IT	ND	NW	PI	RI	Medias de Filas
Algarrobo	11.96	15.97	27.56	52.53	18.59	30.4
Faique	32.54			61.4		48.2
Overo	48					48
Sapote				56.58	32.73	54.4
Vichayo					40	40
Medias de Columnas	25.9	16	27.6	56	20.4	36.69

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Existen espacios en blanco debido a que no todos los niveles del factor especie están presentes en las muestras de cada población. La única especie presente en todas las muestras es el Algarrobo. Además, la cantidad registrada de cada especie en cada población es distinta. Por ejemplo, la cantidad registrada de algarrobos en las muestras de IT (Ignacio Távara) es diferente a la cantidad de algarrobos en las muestras de PI (PIURA) o que la cantidad de Faiques en Sapotes en PI

Finalmente se muestra los resultados del análisis de varianza en la Tabla 11. donde se confirma que existen diferencias altamente significativas, ya que el estadístico F genera valores de probabilidad muy pequeños para cada factor y su interacción. Lo cual refleja que existe una

diferencia significativa entre los tamaños de las plántulas según el tipo de especie de plántulas, entre los tamaños de las plántulas según la población. También se confirma que los factores especie y la población si interactúan, lo que significa que influyen en la variabilidad de los tamaños de las plántulas.

Tabla 11. Cálculos del ANOVA

	Suma de cuadrados	Grados de libertad	F value	Pr(>F)
Especie	52092	4	44.498	2.2E-16
Población	556238	4	475.156	2.2E-16
Especie: Población	9571	2	16.351	8.98E-08
Residuos	620148	2119		

Fuente: Elaboración propia.





Discusión

La elección de si los puntos están distribuidos de manera homogénea o no homogénea es fundamental porque a partir de eso se determina la metodología que se va a usar. El enfoque del análisis es la mismo para ambas distribuciones debido a que tienen el mismo objetivo de determinar los comportamientos de puntos, pero las ecuaciones son distintas. Es decir, existen ecuaciones para una distribución homogénea y otras ecuaciones para la distribución no homogénea. Por ejemplo, la metodología de K de Ripley, que interpreta el comportamiento de los puntos, aplica para distribuciones homogéneas y no homogéneas, pero para cada caso existen ecuaciones distintas. Entonces para lograr determinar qué tipo de distribución se estudia la intensidad de los puntos, que es el número de puntos por unidad de área. Es por ello que al inicio del análisis del patrón de puntos se verificó que los patrones estudiados no tienen una intensidad constante, es decir los puntos no están distribuidos de manera homogénea. Si se dividía la parcela en varios cuadrantes de igual tamaño, el conteo de plántulas variaba mucho por cuadrante, incluso había cuadrantes que no contenían plántulas. En base a esto el enfoque de la investigación se realizó considerando un patrón de puntos con intensidad variable a lo largo del área. Sin embargo, el análisis sobre la existencia de comportamientos agrupados o regulares puede ser confundido por la variabilidad de la intensidad. Es por eso que se realizan varias pruebas para concluir el tipo de interacción entre las plántulas existente. Además, este estudio solo pretende describir los comportamientos de interacción, y no intenta explicar la razón por la cual ocurre dicha interacción. Por ejemplo, se obtuvo como resultado que los Algarrobos están agrupados, pero no se determinó la causa que conlleva a que estas plántulas se comporten de esta manera, la cual puede ser por agua, por nutrientes, o por otros factores. Uno de los factores más comunes es la dispersión por zoocoria (animales dispersando las semillas a través de las heces). Bajo esta teoría, las plántulas se disponen de forma agrupada por un efecto fundador, donde la materia orgánica además favoreció su crecimiento. Sin embargo, las 4 plantas mencionadas se dispersan por este factor y si este fuese el factor

predominante, veríamos interacciones de facilitación dentro todas las especies y entre todas las especies, pero no es el caso. También es posible que la estabilización del suelo provocada por la fijación de las raíces facilite la germinación de otras plantas y la retención de agua. Algunos metabolitos segregados por las raíces también pueden favorecer el crecimiento de otras plantas al incrementar la movilidad de nutrientes inertes como el Manganeseo o el fosforo. La fijación de nitrógeno por parte del Algarrobo y el Faique también podría haber dado lugar a un efecto facilitador, pero solo en las interacciones con el Sapote y el Overo porque estas no son capaces de fijarlo.

La interacción de agrupación entre Algarrobos es un patrón que se repite en todas las parcelas. Existe un número considerable de registros de plántulas de Algarrobo en casi todas las parcelas, por tanto, podemos considerar que es un resultado consistente para todo el ecosistema. Además, los tamaños de Algarrobo influyen en la interacción, ya que los resultados muestran que las plántulas de menor tamaño se agrupan. Entonces en la parcela donde el promedio de tamaños es menor, la interacción de agrupación es mucho más notoria. A partir de esto queda claro el comportamiento de facilitación entre las plántulas de Algarrobo de tamaños pequeños, mientras que cuando van creciendo empiezan a competir por los recursos para sobrevivir ante factores externos. Esto puede tener efectos directos sobre los programas de plantación, favoreciendo la siembra inicial de plántulas en una distribución menor durante los primeros meses. Monitorear las plántulas de mayor calidad, y proceder a cosechar la mitad asegurando un distanciamiento que limite la competencia.

Caso contrario sucede con los Faiques y Sapotes. Estas especies no están presentes en todas las parcelas, y sus resultados de la interacción entre las plántulas de la misma especie muestran poca agrupación y tendencia a la aleatoriedad desde las distancias más cortas. Además, los Faiques si se encuentran en mayor proporción que los Sapotes, pero aun así los resultados muestran un comportamiento de muy leve agrupación entre plántulas de su misma especie. El promedio de tamaños de Faique es mayor al promedio de plántulas de Algarrobo. Por esta razón se explica que los Faiques y los Algarrobos se repelen, es decir cuanto más altos sean los Faiques, mayor es el comportamiento de repulsión. En cambio, los Sapotes están en menor cantidad y a pesar de eso muestran signos de mayor agrupación con las plántulas de Faiques y Algarrobos, posiblemente por la fijación de nitrógeno que estas pueden realizar, otorgando nutrientes inaccesibles para el Sapote en la naturaleza. Mientras, la interacción entre

plántulas de Sapotes muestra poco agrupamiento, e incluso se llegan a comportar de manera aleatoria cuanto mayor es la distancia.

El análisis de varianza dio como resultado que los tamaños de plántulas varían en función de los factores especie y población, así como también de la interacción de los factores. Cabe resaltar que en este análisis se utilizaron todas las especies, es decir los Algarrobos, Faiques, Sapotes, Overos y Vichayos. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, todas las parcelas no contienen a todas las especies. Además, aceptar la hipótesis alternativa es lo mismo que decir que al menos una media es diferente, por lo que pueden existir algunas medias de tamaños aproximadas. Por esta razón es que se suelen realizar análisis posteriores para evaluar si las medias entre algunos factores pueden aproximarse. Pero para esta investigación no se puede aplicar dicho análisis posterior, debido a que para realizarlo se necesita que todas las especies estén todas las parcelas, es decir todas las parcelas deben tener registros homogéneos sobre las especies.

Teniendo como base todos los resultados se pueden hacer nuevas suposiciones para realizar una nueva investigación más detallada. En principio se puede suponer que existe un efecto fundador y facilitador en todo el ecosistema. Es decir, el efecto fundador hace referencia a que agentes o individuos del ecosistema colocaron semillas de una determinada especie en ciertas zonas del bosque, mientras que el efecto de facilitación se refiere a que existen características del entorno del bosque que favorecen el crecimiento de las plántulas. Relacionándolo con los resultados de esta investigación se puede suponer que para el caso del Algarrobo el efecto fundador es notable por la distribución heterogénea de plántulas, ya que estas se encontraron en ciertas zonas y el resto del área de estudio no contenía ningún registro de plántulas de Algarrobo. Además, la interacción de agrupamiento entre los individuos favorece su crecimiento en las fases más tempranas por lo cual debe existir un efecto facilitador que lo hace posible. Esto puede ser causado por los nutrientes del suelo, el recurso hídrico, la temperatura o algún otro factor. En el caso del Faique, también muestra un efecto fundador, pero no facilitador porque las plántulas no se tienden a agruparse y por último los Sapotes tienen un claro efecto fundador y facilitador con otras especies, a pesar de que son pocos sus registros.

Finalmente se afirma que esta investigación encontró indudablemente como son los comportamientos de los Algarrobos cuando aún son plántulas. Mientras que para las demás especies puede que el análisis no sea tan exacto por las razones antes explicadas. Sin embargo,

a pesar de eso, se deducen conclusiones de comportamiento de esas especies. Pero estas conclusiones podrían ser más acertadas cuando tengamos más resultados en más parcelas y en diferentes tiempos.



Conclusiones

La distribución de las plántulas no es homogénea ya que existen partes de las parcelas que no contienen plántulas. A partir de eso se concluye que existe una fuerte interacción de agrupación entre plántulas de Algarrobo, dependiendo del tamaño la cual ocurre; y una débil interacción de agrupación entre plántulas de Faique y entre plántulas de Sapote. Respecto a la interacción entre diferentes especies, los Sapotes tienen una leve agrupación con los Algarrobos y los Faiques, mientras que entre Faiques y Algarrobos hay repulsión.

Respecto a los de tamaños de plántulas, los plántulas que son menores a 20 cm muestran la facilitación, ya sea la interacción entre plántulas que tengan el rango de tamaño menores a 5 cm (tipo A), interacción entre plántulas que tengan rango de tamaño entre 6 cm y 20 cm (tipo B) y la interacción entre los tipos A y B. Caso contrario ocurre entre las plántulas de rango de tamaño mayor a 20 cm (tipos C, D y E), ya que tienen un comportamiento de competencia con cualquier otro rango de tamaños de plántulas.

El análisis de los resultados de la varianza mostró que existe una diferencia significativa entre los tamaños según la especie y los tamaños según las poblaciones de las que provienen. Además, la interacción entre la especie y la población a la que pertenecen influye en los tamaños de las plántulas.

Finalmente, los resultados de agrupamiento y repulsión pueden ser utilizados para el proceso de reforestación. Es decir, a partir de lo investigado se puede plantear un cronograma de tal manera que la agrupación de las plantas beneficie y un desarrollo óptimo del bosque, y de la misma manera tener en cuenta en qué casos pueden competir las plántulas.



Referencias Bibliográficas

- Baddeley, A., Rubak, E., & Turner, R. (2015). *Spatial Point Patterns*.
<https://doi.org/10.1201/b19708>
- Baddeley, A., & Turner, R. (2019). *Package 'spatstat'*. Obtenido de <https://cran.r-project.org/web/packages/spatstat/spatstat.pdf>
- Brooker, R. W. (2006). Plant-plant interactions and environmental change. *New Phytologist*, *171*(2), 271–284. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8137.2006.01752.x>
- Bustíos, C. A. (2011). Análisis de Varianza: ANOVA. En *Estadística* (Tercera ed, pp. 166–170). Lima: Universidad de Piura.
- Camarero, J. J., & Rozas Ortiz, V. F. (2006). *Técnicas de análisis espacial de patrones de superficies y detección de fronteras aplicadas en ecología forestal*.
- Cárdenas, C., Garzón, Y., Santa, L., & Castillo, L. (2010). Modelo de Poisson para la ocurrencia y magnitud espacio temporal de los sismos en Colombia. *UD y La Geomática*, *4*, 28–43. Obtenido de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/UDGeo/article/view/3655/5257>
- Cuadras, C. M. (2007). *NUEVOS MÉTODOS DE ANÁLISIS MULTIVARIANTE*. Obtenido de http://www.est.uc3m.es/esp/nueva_docencia/getafe/estadistica/analisis_multivariante/doc_generica/archivos/metodos.pdf
- De La Cruz Rot, M. (2008). Métodos para analizar datos puntuales. En F. Maestre, A. Escudero, & A. Bonet (Eds.), *Introducción al análisis espacial de datos en ecología y ciencias ambientales* (pp. 75–127). Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=347765>
- Delatorre, J., Pinto, M., & Cardemil, L. (2008). Effects of water stress and high temperature on photosynthetic rates of two species of *Prosopis*. *Journal of Photochemistry and Photobiology B: Biology*, *92*(2), 67–76. <https://doi.org/10.1016/j.jphotobiol.2008.04.004>
- Durán, J., Delgado-Baquerizo, M., Dougill, A. J., Guuroh, R. T., Linstädter, A., Thomas, A. D., & Maestre, F. T. (2018). Temperature and aridity regulate spatial variability of soil multifunctionality in drylands across the globe. *Ecology*, *99*(5), 1184–1193. <https://doi.org/10.1002/ecy.2199>
- Fachelli, S. (2018). Metodología de la Investigación Social Cuantitativa (2015). *Revista de Educación y Derecho*. <https://doi.org/10.1344/REYD2018.17.13>

- Fernandez Casal, R. (2003). *Modelos flexibles de variogramas anisotrópicos no separables*. Obtenido de https://rubencasal.github.io/Geoestadistica_espacio-temporal.pdf
- Fichtner, A., Härdtle, W., Li, Y., Bruelheide, H., Kunz, M., & von Oheimb, G. (2017). De competition to facilitation: how tree species respond to neighbourhood diversity. *Ecology Letters*, 20(7), 892–900. <https://doi.org/10.1111/ele.12786>
- Gatrell, A. C., Bailey, T. C., Diggle, P. J., & Rowlingson, B. S. (1996). Point Spatial application pattern analysis geographical epidemiology. *Transactions of the Institute of British Geographers*, 21(1), 256–274.
- Jiménez, A. M. (1991). Modelización cartográfica de densidades mediante estimadores Kernel. *Treballs de La Societat Catalana de Geografia*, 155(445), 155–170. <https://doi.org/10.2436/tscg.v0i30.36881>
- Ledo, A., Condés, S., & Montes, F. (2012). Revisión de índices de distribución espacial usados en inventarios forestales y su aplicación en bosques tropicales. *Revista Peruana de Biología*, 19(1), 113–124.
- Martori, J. C., & Hoberg, K. (2008). Nuevas técnicas de estadística espacial para la detección de clusters residenciales de población inmigrante. *Scripta Nova*, 12(1977), 1–13. <https://doi.org/10.1344/sn2008.12.1409>
- Navarro, R. (2014). “Piura tiene el 72% de los bosques secos, un patrimonio fundamental para su desarrollo.” “*Piura Tiene El 72% de Los Bosques Secos, Un Patrimonio Fundamental Para Su Desarrollo.*” Retrieved from <http://udep.edu.pe/hoy/2014/piura-tiene-el-72-de-los-bosques-secos-un-patrimonio-fundamental-para-su-desarrollo/>
- Ramón Giraldo. (2007, June 6). Análisis exploratorio de variables regionalizadas con métodos funcionales. *Revista Colombiana de Estadística*, 30, 115 a 127. Retrieved from <http://www.scielo.org.co/pdf/rce/v30n1/v30n1a08.pdf>
- Raymundo, S. (2015). *Etnobotánica de las especies del monte ribereños en el río Chira, Sullana* (Universidad Nacional de Piura). Retrieved from <http://repositorio.unp.edu.pe/handle/UNP/265>
- Rozas, V., & Camarero, J. (2006). Técnicas de análisis espacial de patrones de superficies y detección de fronteras aplicadas en ecología forestal. *Invest Agrar: Sist Recur For*, 14(1), 79–97.
- Schabenberger, O., & Gotway, C. A. (2004). *Statistical Methods for Spatial Data Analysis* (Vol. 44; Intergovernmental Panel on Climate Change, Ed.). <https://doi.org/10.1201/9781315275086>
- Toby Pennington, R., Prado, D. E., & Pendry, C. A. (2000). Neotropical seasonally dry forests and Quaternary vegetation changes. *Journal of Biogeography*, 27(2), 261–273. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2699.2000.00397.x>
- Zorogastúa, P., Quiroz, R., & Garatuzza, J. (2011). Evaluación De Cambios En La Cobertura Y Uso De La Tierra Con Imágenes De Satélite En Piura -Perú. *Ecología Aplicada*, 10(1), 13–22.

Anexos





Anexo 1. Ubicaciones de las plántulas

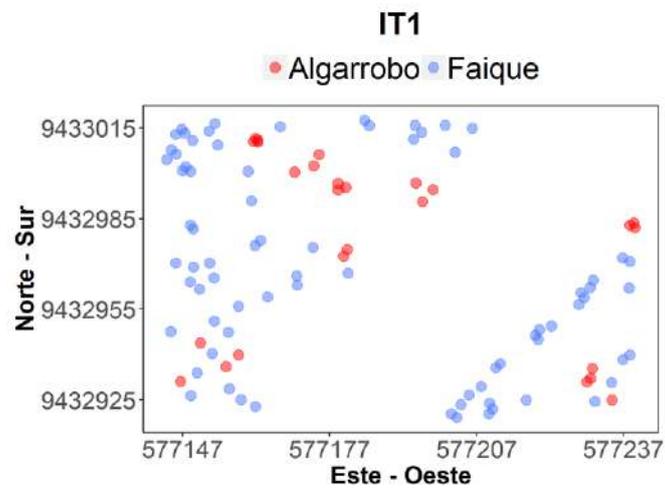


Figura 41. Ubicación de las plántulas en IT1
Fuente: Elaboración propia.

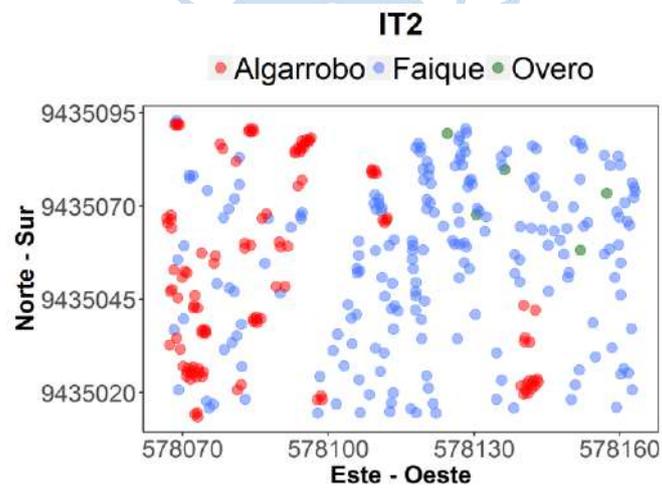


Figura 42. Ubicación de las plántulas en IT2
Fuente: Elaboración propia.

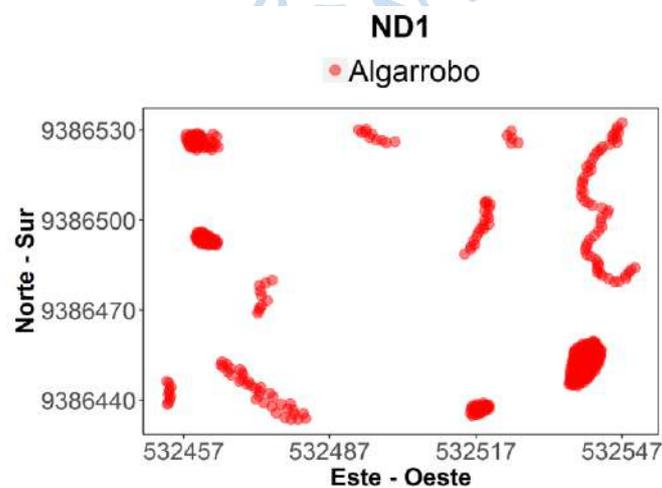


Figura 43. Ubicación de las plántulas en ND1
Fuente: Elaboración propia.

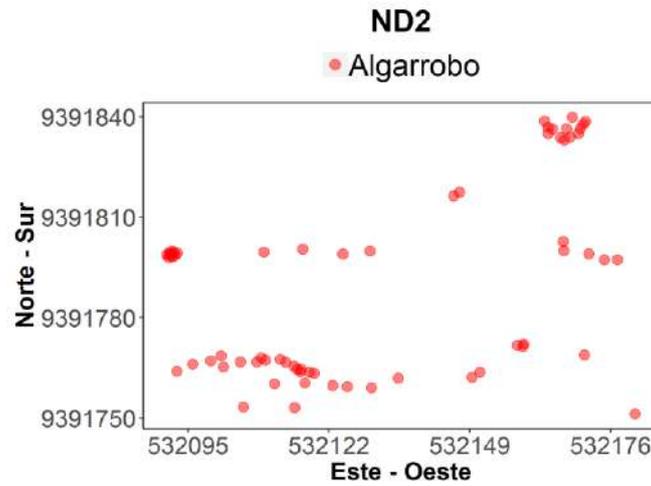


Figura 44. Ubicación de las plántulas en ND2
Fuente: Elaboración propia.

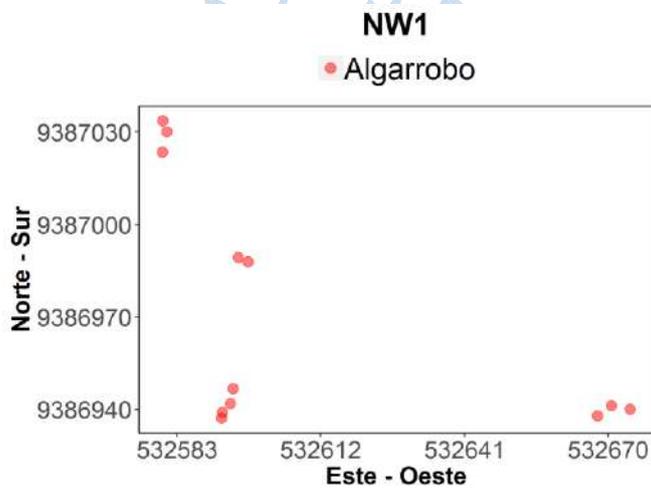


Figura 45. Ubicación de las plántulas en NW1
Fuente: Elaboración propia.

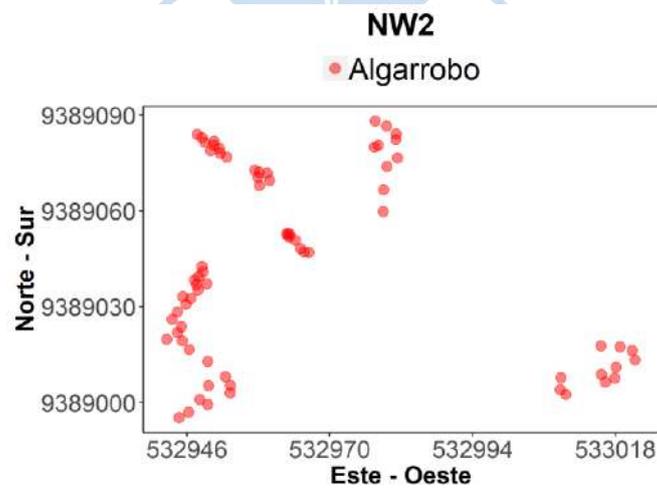


Figura 46. Ubicación de las plántulas en NW2
Fuente: Elaboración propia.

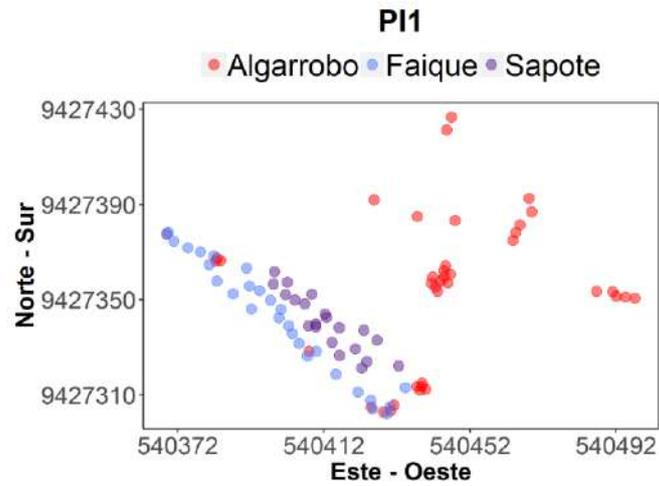


Figura 47. Ubicación de las plántulas en PI1
Fuente: Elaboración propia.

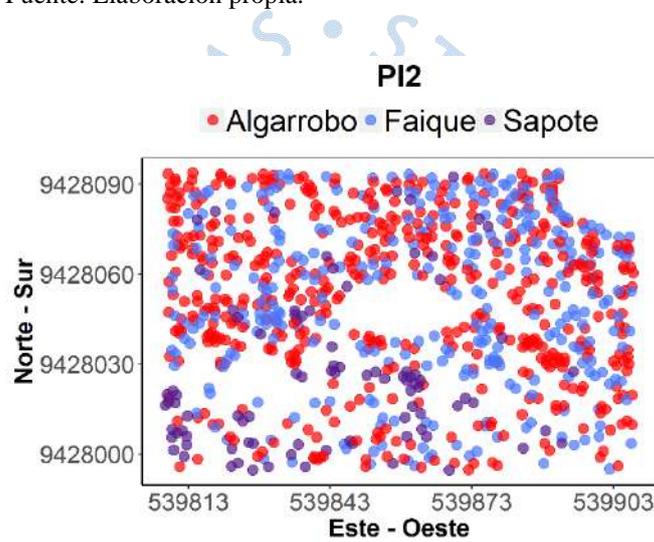


Figura 48. Ubicación de las plántulas en PI2
Fuente: Elaboración propia.

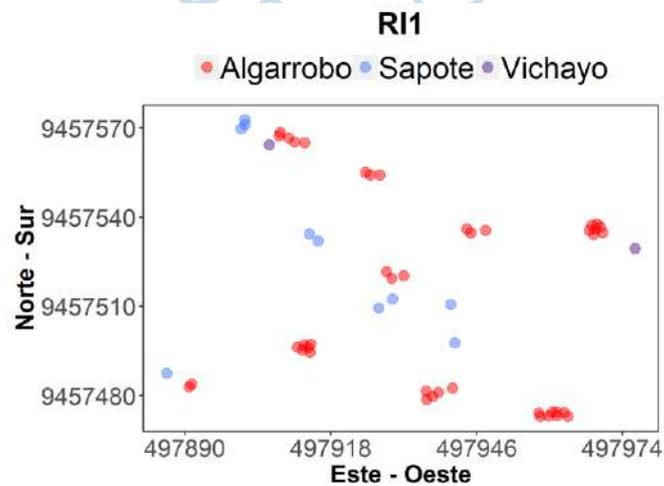


Figura 49. Ubicación de las plántulas en RI1
Fuente: Elaboración propia.

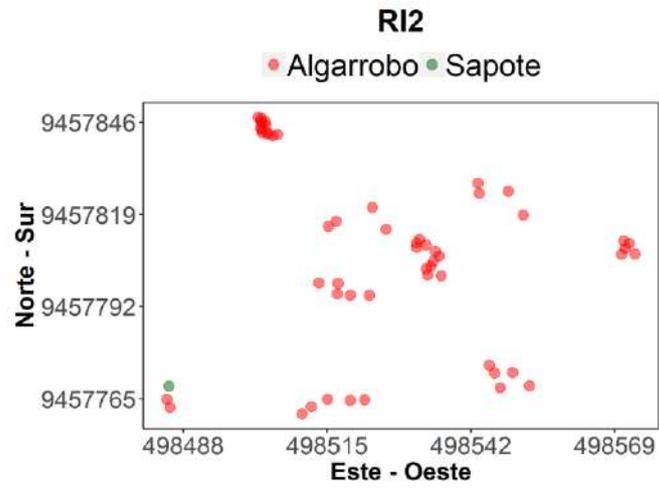


Figura 50. Ubicación de las plántulas en RI2
Fuente: Elaboración propia.



Anexo 2. Curvas de nivel de la intensidad de plántulas**Algarrobo en IT1**

Figura 51. Intensidad de Algarrobo en IT1
Fuente: Elaboración propia

Faique en IT1



Figura 52. Intensidad de Faique en IT1
Fuente: Elaboración propia

Algarrobo en IT2

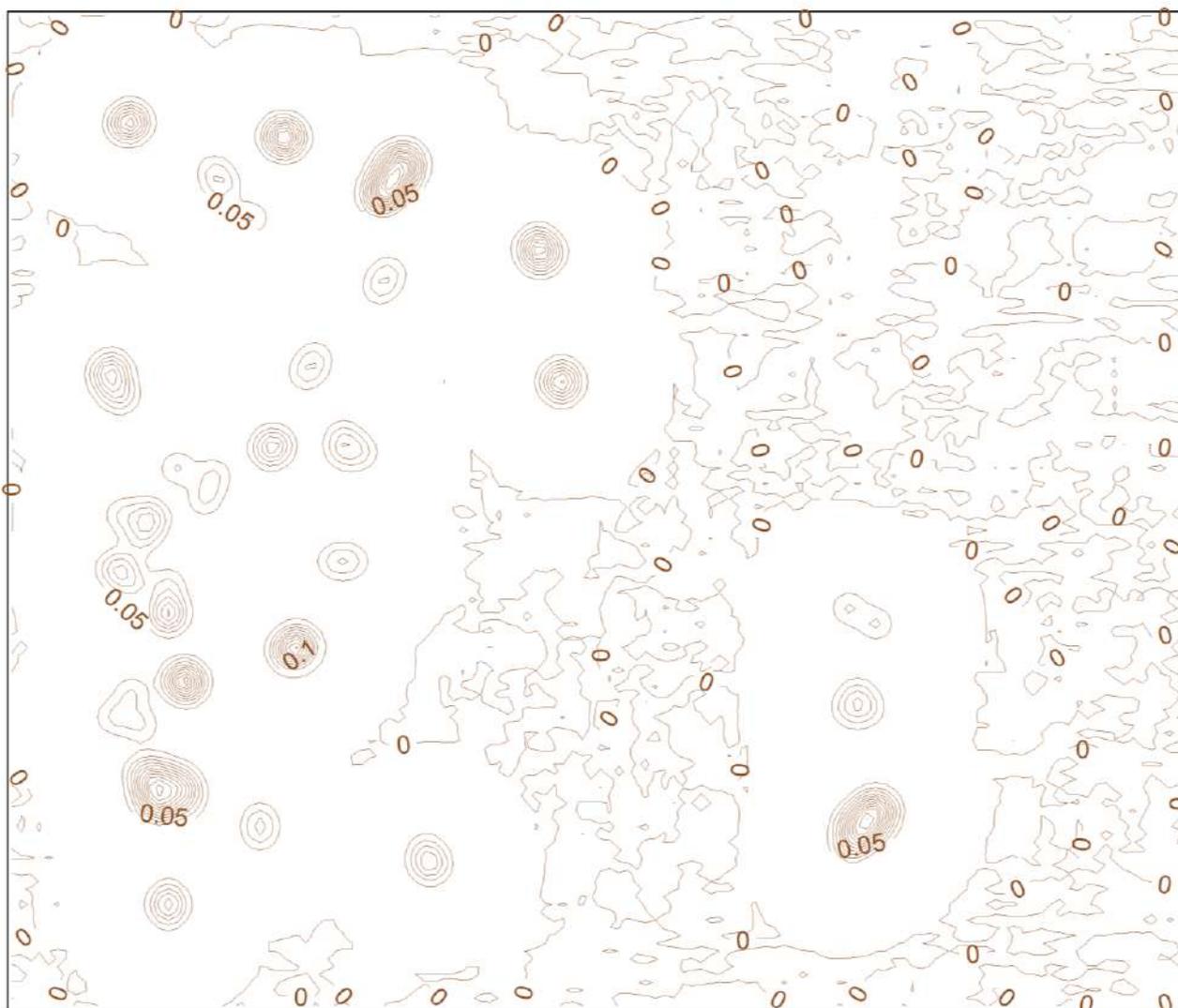


Figura 53. Intensidad de Algarrobo en IT2
Fuente: Elaboración propia

REN

Faique en IT2



Figura 54. Intensidad de Faiques en IT2
Fuente: Elaboración propia

REN

Algarrobo en ND1

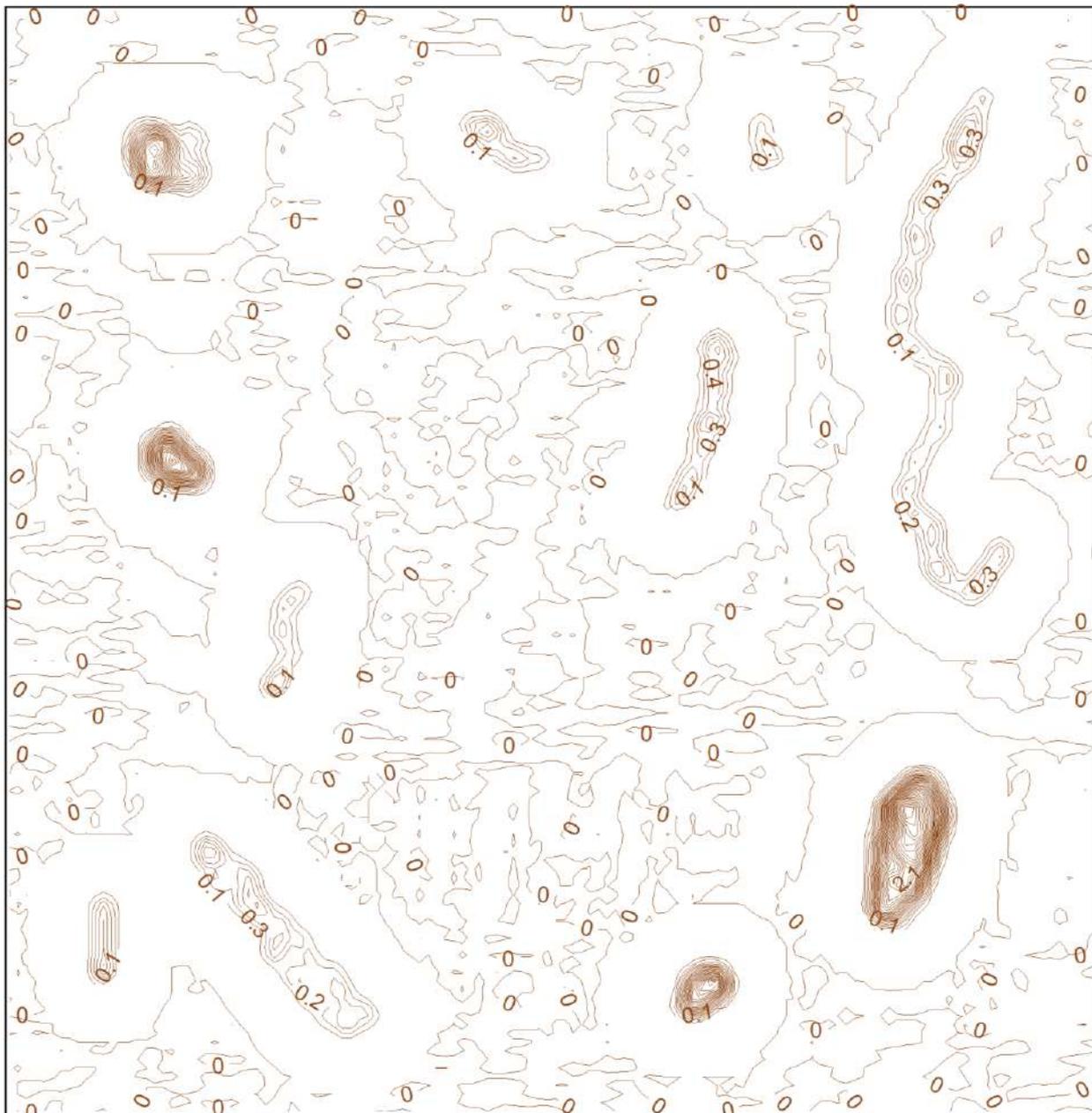


Figura 55. Intensidad de Algarrobo en ND1
Fuente: Elaboración propia

Algarrobos en ND2

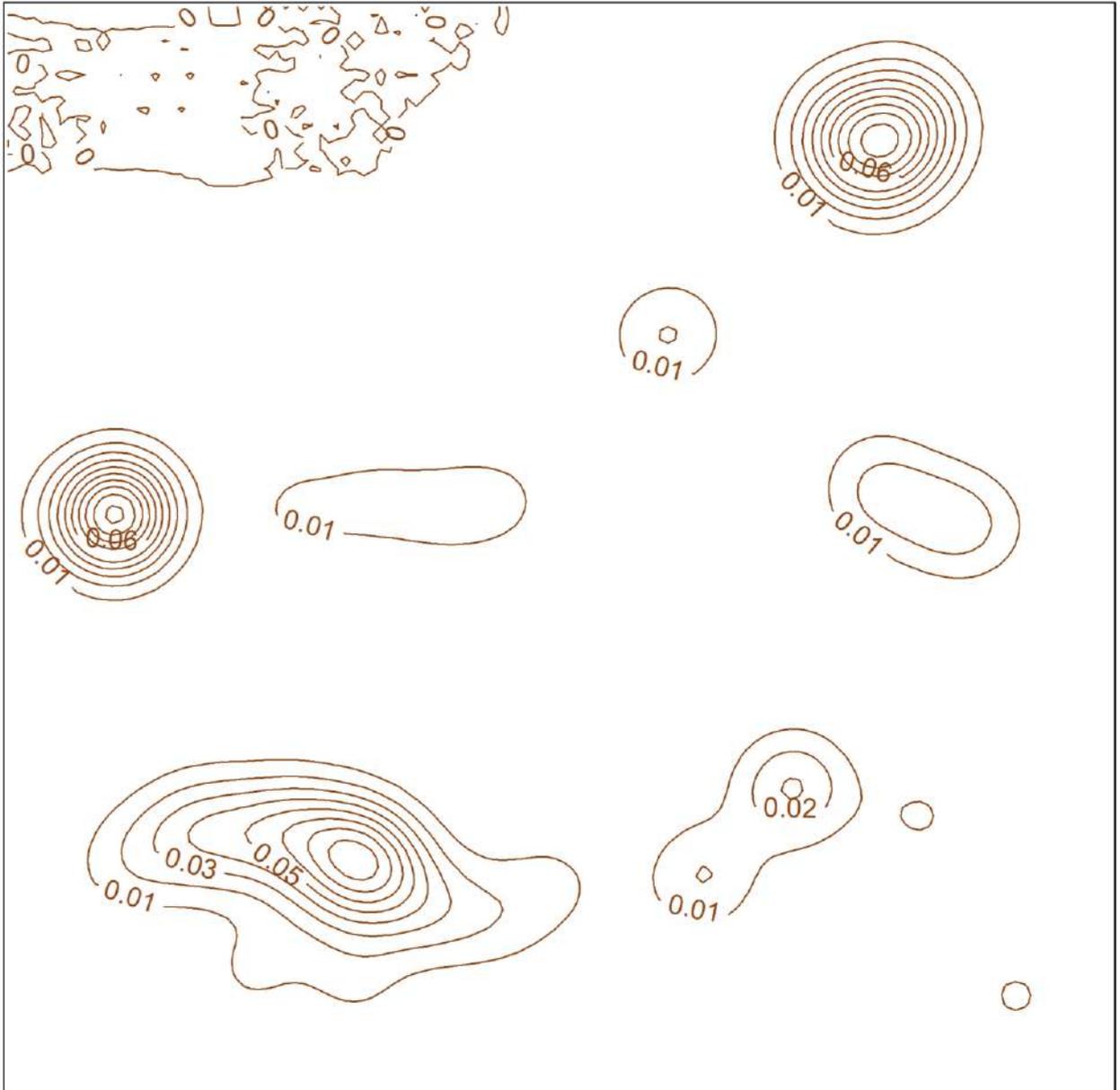


Figura 56. Intensidad de Algarrobo en ND2
Fuente: Elaboración propia

Algarrobo en NW2



Figura 57. Intensidad de Algarrobo en NW2
Fuente: Elaboración propia.

Algarrobo en PI1

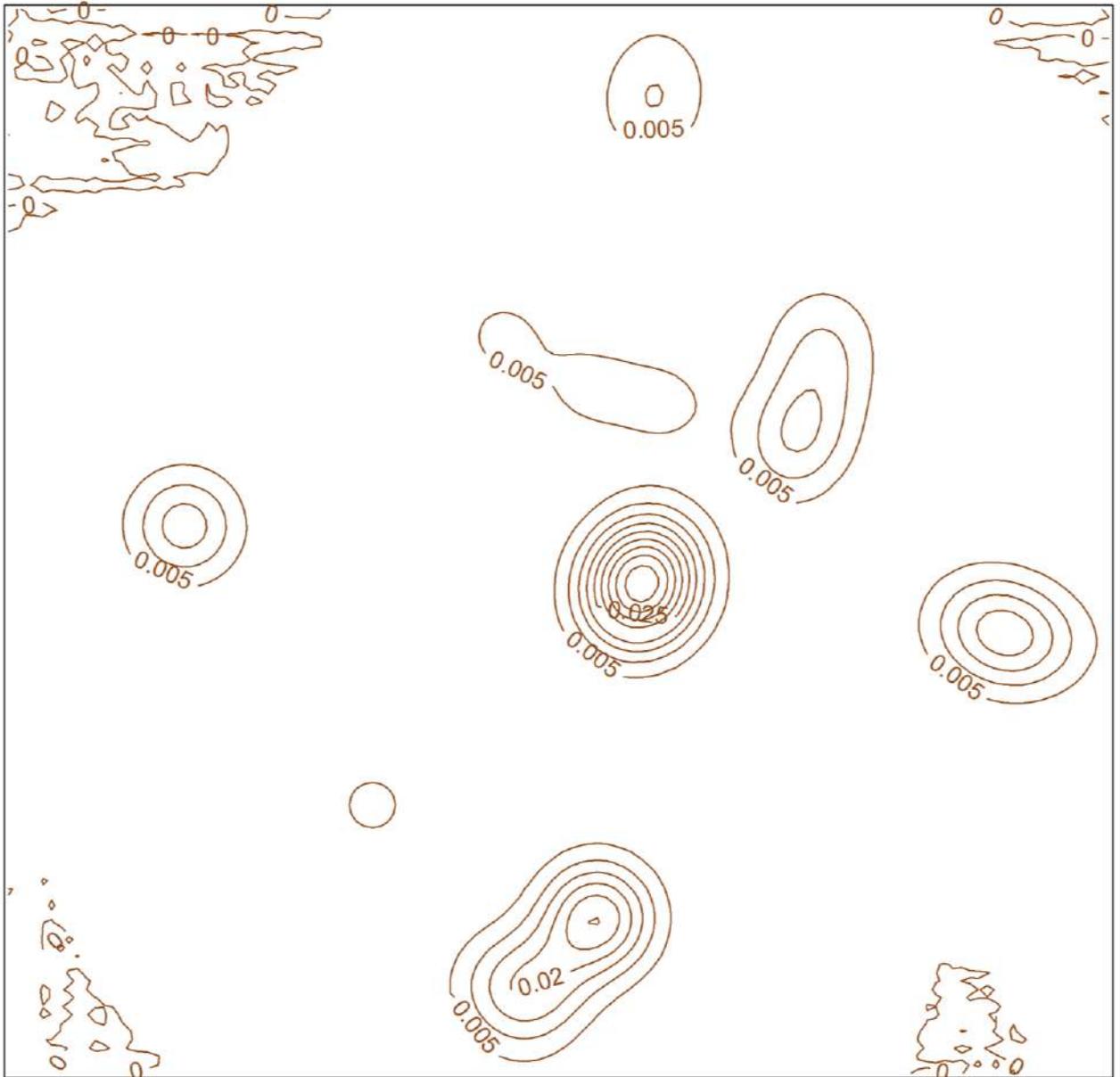


Figura 58. Intensidad de Algarrobo en PI1
Fuente: Elaboración propia

Faique en PI1



Figura 59. Intensidad de Faique en PI1
Fuente: Elaboración propia

Sapote en PI1



Figura 60. Intensidad de Sapote en PI1
Fuente: Elaboración propia

Algarrobo en PI2

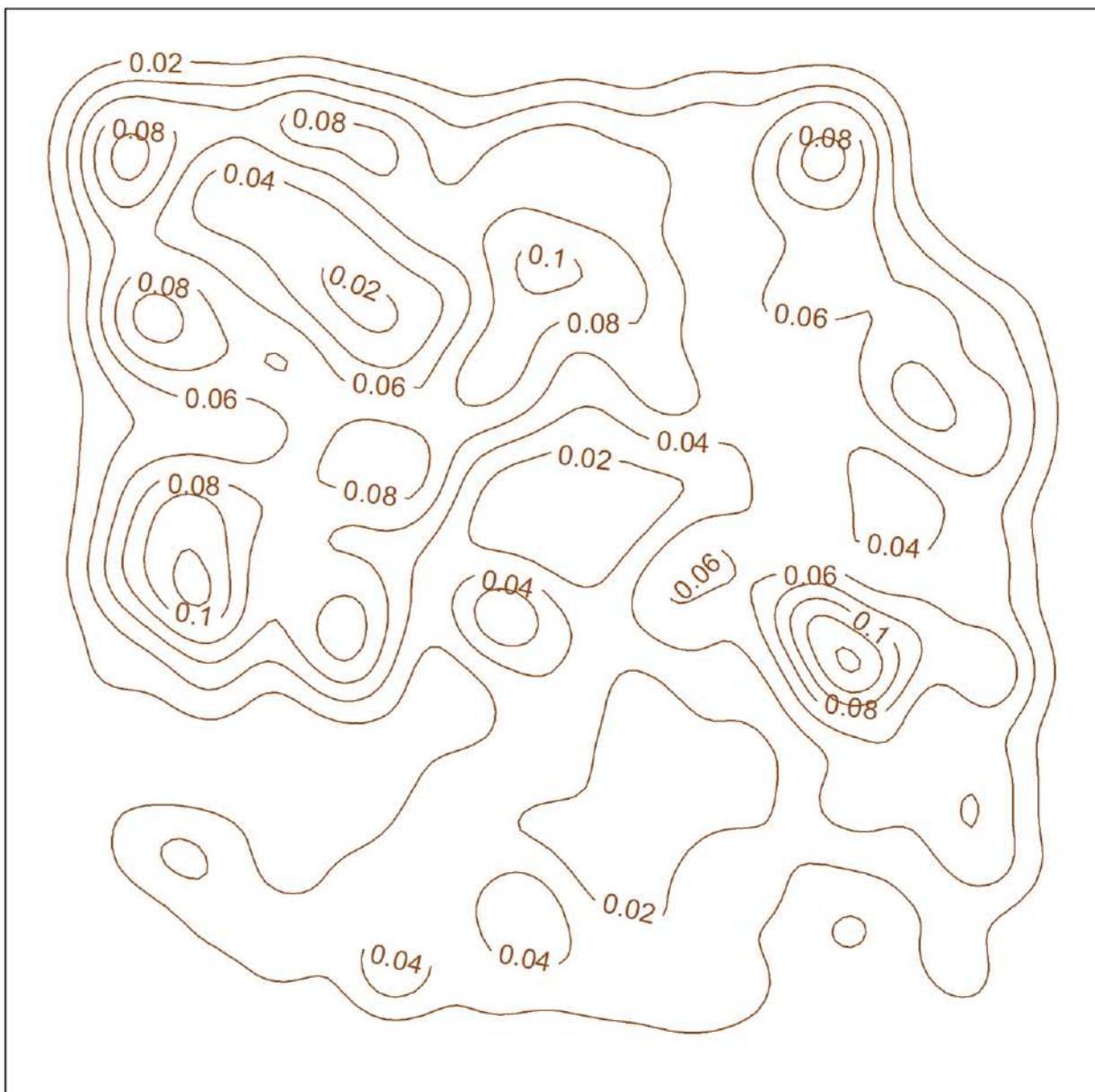


Figura 61. Intensidad de Algarrobo en PI2
Fuente: Elaboración propia

Faique en PI2

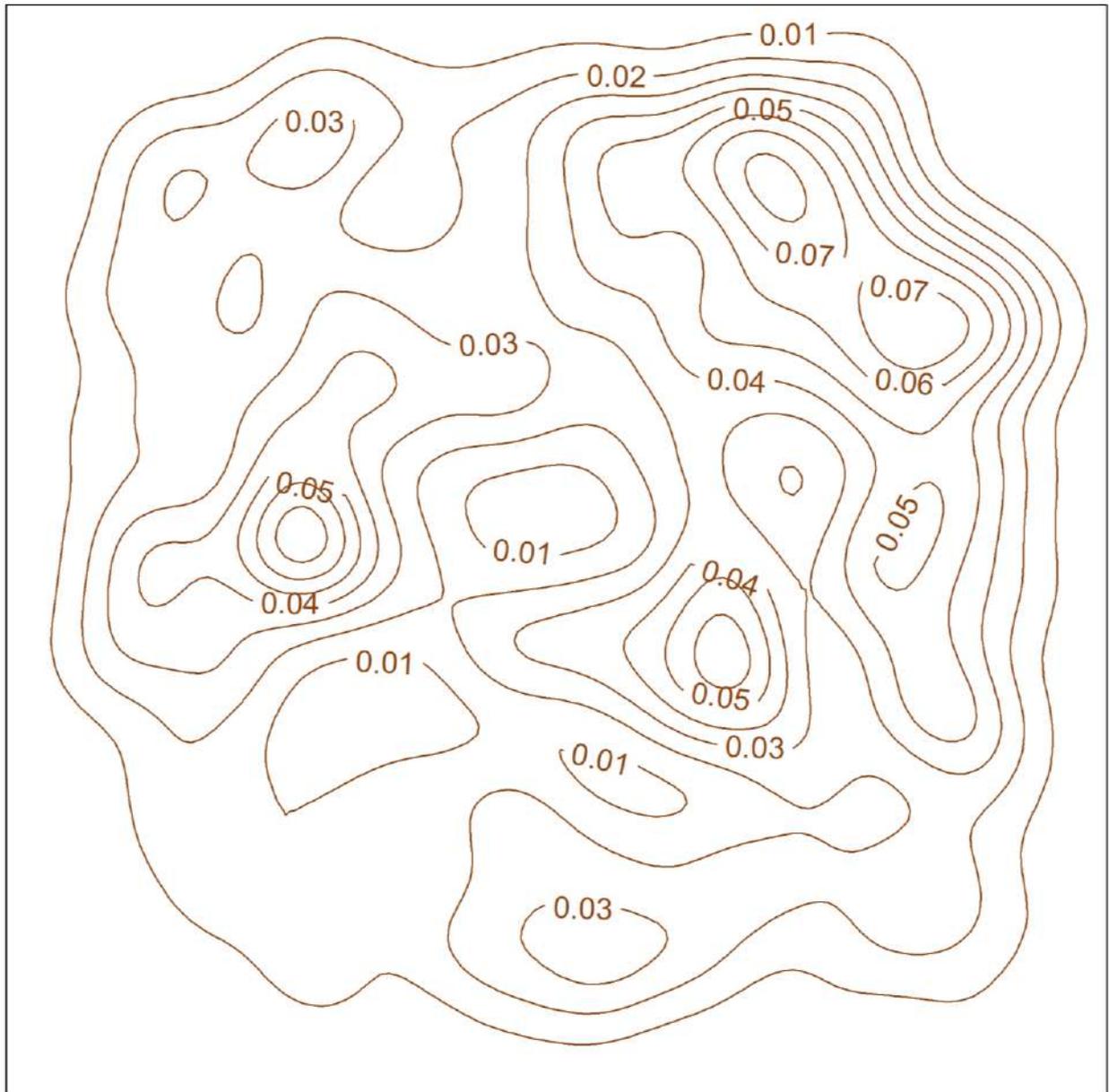


Figura 62. Intensidad de Faiques en PI2
Fuente: Elaboración propia

Sapote en PI2

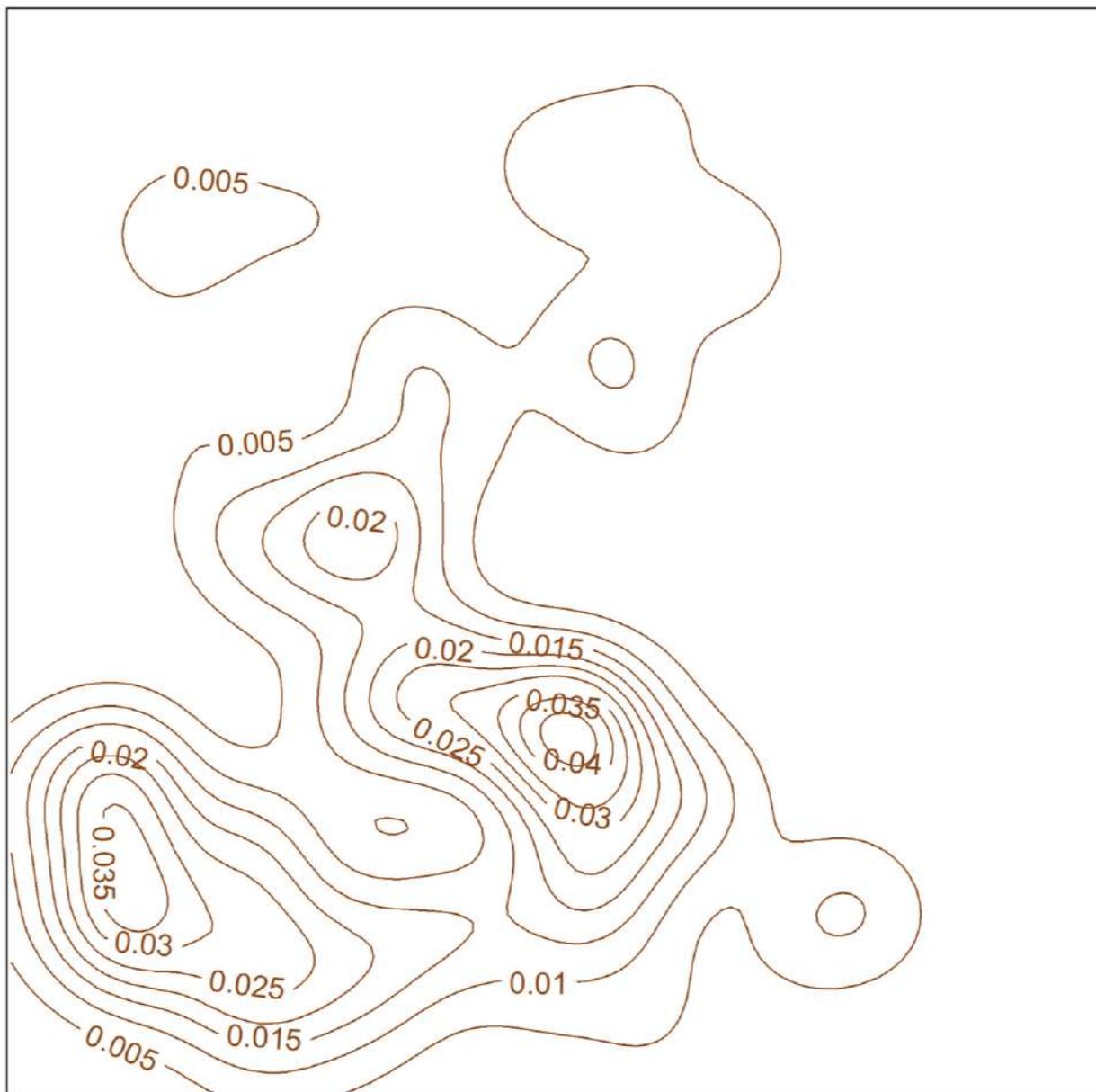


Figura 63. Intensidad de Sapotes en PI2
Fuente: Elaboración propia

Algarrobo en RI1



Figura 64. Intensidad de Algarrobo en RI1
Fuente: Elaboración propia

Algarrobo en RI2

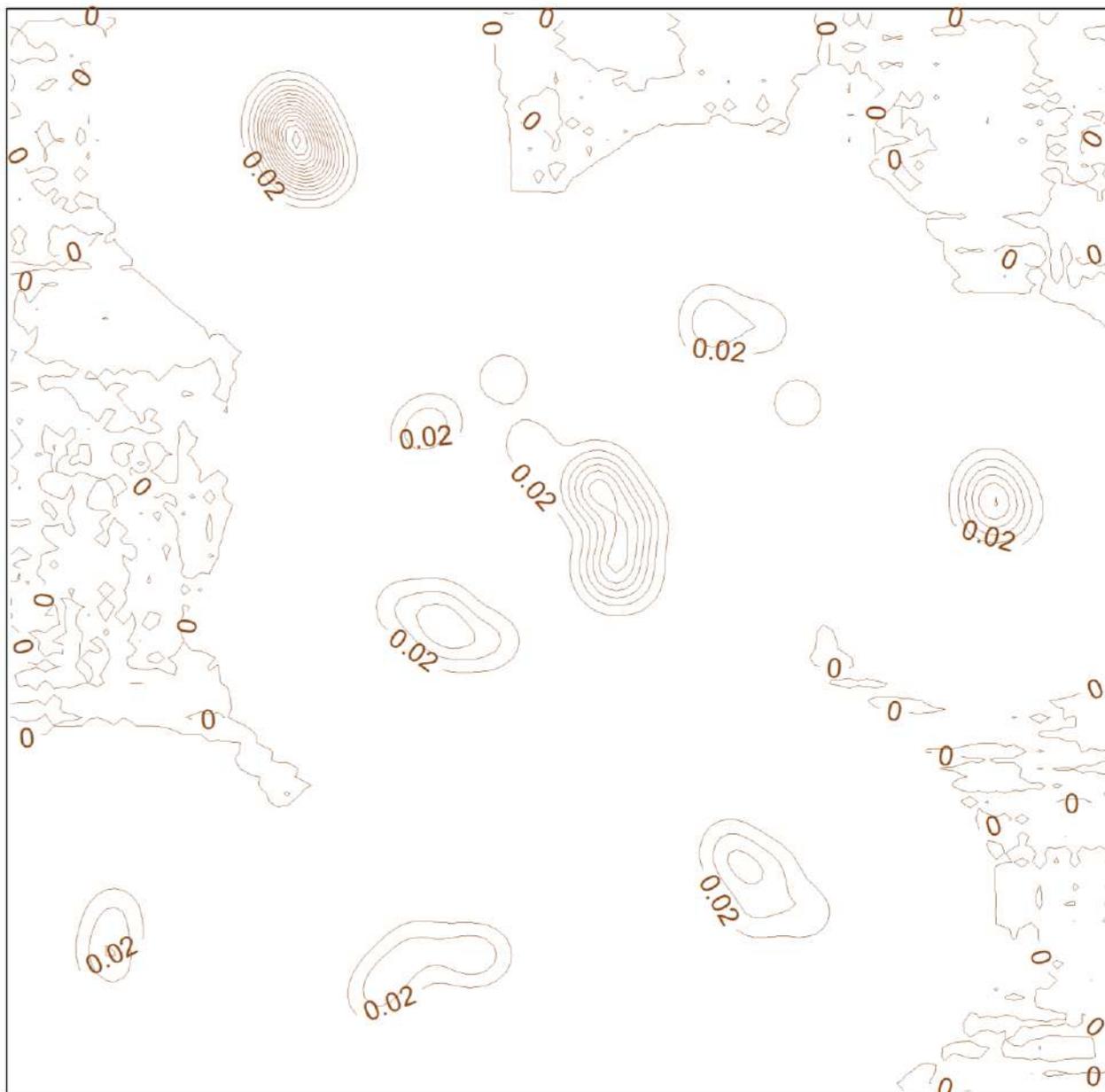


Figura 65. Intensidad de Algarrobos en RI2
Fuente: Elaboración propia